Resolução - Semelhança de triângulos

1. (a) Pelo critério AA os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes:
   - $A\hat{B}C = E\hat{D}C$ porque são ângulos retos,
   - $A\hat{C}B = E\hat{C}D$ porque é um ângulo comum.

   (b) Como os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes então os lados dos triângulos são proporcionais:

   $$\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{ED}} \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{2{,}4} = \frac{3}{1{,}8} \Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{2{,}4 \times 3}{1{,}8} \Leftrightarrow \overline{BC} = 4$$

   $\overline{BC} = 4$ km $= 400000$ cm

   (c) A razão de semelhança que transforma o triângulo $[EDC]$ no triângulo $[ABC]$ é igual a $r = \frac{3}{1{,}8} = \frac{5}{3}$.

   $\frac{A_{[ABC]}}{A_{[EDC]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[ABC]}}{A_{[EDC]}} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

2. A razão de semelhança que transforma o triângulo $[ABE]$ no triângulo $[EDC]$ é igual a:

   $$r = \frac{2{,}5}{15} = \frac{1}{6}$$

   Opção (A)

3. (a) Pelo critério AA os triângulos $[ADC]$ e $[ABC]$ são semelhantes:
   - $A\hat{D}C = A\hat{C}D$ porque são ângulos retos,
   - $D\hat{A}C = C\hat{A}B$ porque é um ângulo comum.

   (b) Vamos aplicar o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo $[ADC]$:

   $$\overline{AC}^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 9 \Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow \overline{AC} = 3 \quad \text{porque} \quad \overline{AC} > 0$$

   (c) Como os triângulos $[ADC]$ e $[ABC]$ são semelhantes então os lados dos triângulos são proporcionais:

   $$\frac{2}{3} = \frac{3}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{3 \times 3}{2} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{9}{2}$$

   $\overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}$

(d) A razão de semelhança que transforma o triângulo $[ADC]$ no triângulo $[ABC]$ é igual a $r = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{3}{2}$.

(e) $\frac{A_{[ABC]}}{A_{[ADC]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[ABC]}}{\sqrt{5}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[ABC]}}{\sqrt{5}} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = \frac{\sqrt{5}\times 9}{4} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = \frac{9\sqrt{5}}{4}$

4. Como os triângulos são semelhantes então os lados dos triângulos são proporcionais:

$$\frac{0{,}6}{\overline{DB}} = \frac{1{,}6}{4{,}8} \Leftrightarrow \overline{DB} = \frac{0{,}6\times 4{,}8}{1{,}6} \Leftrightarrow \overline{DB} = 1,8$$

Opção (B)

5. (a) Pelo critério AA os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes:
   - $A\hat{C}B = D\hat{C}E$ porque são ângulos verticalmente opostos,
   - $A\hat{B}C = C\hat{D}E$ porque são ângulos de lados paralelos.

   Pela observação da figura sabemos que $\overline{BC} = 30 - 24 = 6$.

   Como os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes então os lados dos triângulos são proporcionais:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \frac{10}{\overline{DE}} = \frac{6}{24} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{10\times 24}{6} \Leftrightarrow \overline{DE} = 40$$

   (b) A razão de semelhança que aplica o triângulo $[ABC]$ no triângulo $[CDE]$ é igual a $r = \frac{24}{6} = 4$.

   (c) $\frac{P_{[DCE]}}{P_{[ABE]}} = r \Leftrightarrow \frac{84}{P_{[ABE]}} = 4 \Leftrightarrow P_{[ABE]} = \frac{84}{4} \Leftrightarrow P_{[ABE]} = 21$

   $P_{[ABE]} = 21$ m $= 2100$ cm

6. Opção (C)