

Resolução - Proporcionalidade direta e inversa

1. O ponto A tem coordenadas $(x,3)$ e pertence à função f por isso conseguimos determinar a sua abcissa:

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$$

Assim, as coordenadas do ponto A são $(-3, 3)$ e o ponto B como tem abcissa simétrica ao ponto A tem coordenadas $(3, 3)$.

O ponto B pertence à função g , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 3 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 3 \times 3 \Leftrightarrow a = 9$$

A expressão algébrica da função g é $g(x) = \frac{9}{x}$.

Opção(A)

2024, 1ª fase

2. Através das coordenadas dos pontos $A(0, 7)$ e $B(4, 9)$ conseguimos calcular o declive da função afim f :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 7}{4 - 0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Pela observação da reta sabemos que a ordenada na origem é igual a 7.

A expressão algébrica da função f é:

$$f(x) = ax + b = \frac{1}{2}x + 7$$

O ponto C tem coordenadas $(2, y)$.

Como o ponto C pertence à função f , podemos substituir as coordenadas do ponto C na expressão algébrica da função f , de forma a determinar a ordenada do ponto C :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 7 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \times 2 + 7 \Leftrightarrow y = 8$$

Logo o ponto C tem coordenadas $(2, 8)$.

O ponto C também pertence à função de proporcionalidade inversa g , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 8 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 8 \times 2 \Leftrightarrow a = 16$$

A expressão algébrica da função g é:

$$g(x) = \frac{16}{x}$$

Opção(C)

2024, 2ª fase

3. O ponto A pertence à função f por isso conseguimos determinar a sua ordenada:

$$f(2) = 3 \times 2^2 = 12$$

Assim, as coordenadas do ponto A são $(2, 12)$.

O ponto A também pertence à função g , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 12 \times 2 \Leftrightarrow a = 24$$

2023, 1ª fase

4. O ponto A tem coordenadas $(4, y_a)$, substituindo estas coordenadas na expressão algébrica da função g conseguimos determinar a ordenada do ponto A :

$$y_a = \frac{16}{4} \Leftrightarrow y_a = 4$$

Como os pontos $(4, 4)$ e $(-2, 0)$ pertencem ao gráfico da função f , que é uma reta, conseguimos determinar o seu declive, ou seja, a constante a :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow a = \frac{4 - 0}{4 - (-2)} \Leftrightarrow a = \frac{4}{6} \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$$

Agora vamos calcular a ordenada na origem do gráfico da função f , a constante b :

$$y = \frac{2}{3}x + b \Leftrightarrow 0 = \frac{2}{3} \times (-2) + b \Leftrightarrow 0 = -\frac{4}{3} + b \Leftrightarrow b = \frac{4}{3}$$

Assim, uma expressão algébrica que defina a função f é:

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

2023, 2ª fase

5. O ponto P pertence à função g por isso conseguimos determinar a sua ordenada:

$$g(4) = \frac{3}{4} \times 4 + 2 = 5$$

Assim, as coordenadas do ponto P são $(4, 5)$.

O ponto P também pertence à função f , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função f conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$f(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 5 = \frac{a}{4} \Leftrightarrow a = 5 \times 4 \Leftrightarrow a = 20$$

2023, Época especial

6. g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma:

$$g(x) = \frac{a}{x}$$

Sendo a a constante de proporcionalidade inversa.

O ponto A pertence à função f conseguimos determinar a sua ordenada:

$$f(3) = 4 \times 3 = 12$$

Assim, as coordenadas do ponto A são $(3, 12)$.

O ponto A também pertence à função g , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

A expressão algébrica da função g é: $g(x) = \frac{36}{x}$

Calculando $g(2)$: $g(2) = \frac{36}{2} = 18$

2022, 1ª fase, caderno 2

7. g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma:

$$g(x) = \frac{a}{x}$$

Sendo a a constante de proporcionalidade inversa.

O ponto P pertence à função g , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

A expressão algébrica da função g é: $g(x) = \frac{36}{x}$

Opção(C)

2022, 2ª fase, caderno 2

8. As coordenadas do ponto A são $(4, 3)$, sendo que este ponto pertence à função g .

Sendo a função g uma função de proporcionalidade inversa e sabendo as coordenadas do ponto A podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa:

$$k = x \times y = 4 \times 3 = 12$$

Logo a expressão algébrica da função g é:

$$g(x) = \frac{k}{x} = \frac{12}{x}$$

Como o ponto P também pertence à função g conseguimos determinar a sua ordenada:

$$g(2) = \frac{12}{2} = 6$$

Assim, as coordenadas do ponto P são $(2, 6)$.

O ponto P também pertence à função f , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função f conseguimos calcular a constante a :

$$f(x) = ax^2 \Leftrightarrow 6 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 6 = a \times 4 \Leftrightarrow a = \frac{6}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

A constante a é igual a $\frac{3}{2}$.

2021, 1ª fase, caderno 2

9. Como as grandezas x e y são inversamente proporcionais então sabemos que $x \times y = k$, em que k é a constante de proporcionalidade inversa.

Calculando a constante de proporcionalidade inversa, vem que:

$$k = 10 \times 9 = 90$$

Logo,

$$15 \times a = 90 \Leftrightarrow a = \frac{90}{15} \Leftrightarrow a = 6$$

2019, 1ª fase, caderno 2

10. Vamos começar por determinar a ordenada do ponto de abcissa 3, substituindo $x = 3$ na expressão algébrica da função f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 \Leftrightarrow f(3) = \frac{2}{3} \times 3^2 \Leftrightarrow f(3) = \frac{18}{3} \Leftrightarrow f(3) = 6$$

Assim sabemos que as coordenadas do ponto A são $(3, 6)$, sendo que este ponto também pertence à função g .

Sendo a função g uma função de proporcionalidade inversa e sabendo as coordenadas do ponto A podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa:

$$k = x \times y = 3 \times 6 = 18$$

Logo a expressão algébrica da função g é:

$$g(x) = \frac{k}{x} = \frac{18}{x}$$

Substituindo a ordenada do ponto B na expressão algébrica da função g conseguimos determinar a constante c :

$$g(x) = \frac{18}{x} \Leftrightarrow 2 = \frac{18}{c} \Leftrightarrow c = \frac{18}{2} \Leftrightarrow c = 9$$

2019, Época especial, caderno 2

11. Vamos começar por determinar a ordenada do ponto P :

$$f(3) = \frac{4}{3} \times 3^2 = \frac{4}{3} \times 9 = \frac{36}{3} = 12$$

O ponto P tem coordenadas $(3, 12)$.

Como o ponto P pertence à função g , substituindo na sua expressão algébrica obtemos constante a :

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

2018, 1ª fase, caderno 2

12. Vamos começar por determinar $g(4)$:

$$g(4) = \frac{8}{4} = 2$$

Como $f(3) = g(4)$, o ponto de coordenadas $(3, 2)$ pertence à função f .

Substituindo as coordenadas do ponto $(3, 2)$ na expressão algébrica de f podemos calcular a constante a :

$$f(x) = ax^2 \Leftrightarrow 2 = a \times 3^2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{9}$$

2018, 2ª fase, caderno 2

13. Substituindo a abcissa do ponto P na expressão algébrica da função f , vamos determinar a ordenada do ponto P:

$$f(x) = \frac{6}{x} \Leftrightarrow f(2) = \frac{6}{2} \Leftrightarrow f(2) = 3$$

As coordenadas do ponto P são $(2, 3)$.

De acordo com a figura, o ponto P também pertence ao gráfico a função g .

Substituindo as coordenadas do ponto P na expressão algébrica da função g podemos determinar a constante a :

$$g(x) = ax^2 \Leftrightarrow 3 = a \times 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$$

2018, Época especial, caderno 2

14. Como f é uma função de proporcionalidade inversa, podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa através de um ponto (x,y) do seu gráfico:

$$k = x \times y \Leftrightarrow k = 6 \times 3 = 18$$

Opção (D)

2017, 1ª fase, caderno 2

15. Uma função de proporcionalidade inversa é representada graficamente por uma hipérbole.

Opção(D)

2017, 2ª fase, caderno 2

16. Como f é uma função de proporcionalidade inversa, podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa k através do ponto $(3,9)$ pertencente a f :

$$k = 3 \times 9 = 27$$

Assim temos que a expressão algébrica da função f é:

$$f(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{27}{x}$$

Opção (D)

2017, Época especial, caderno 2

17. A função representada graficamente é uma função de proporcionalidade inversa e P é um ponto pertencente a essa função. Então conseguimos determinar a constante de proporcionalidade inversa multiplicando as coordenadas do ponto P:

$$k = 5 \times 21 = 105$$

Multiplicando as coordenadas de qualquer ponto pertencente a esta função de proporcionalidade inversa, tem de ser igual a k .

Opção(D)

2016, 1ª fase, caderno 1

18. A função g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma $g(x) = \frac{k}{x}$

O ponto P tem coordenadas $(2, f(2))$ onde $f(2) = 2 \times 2^2 = 8$, ou seja, $P(2,8)$.

Como P pertence à função g , substituindo na sua expressão algébrica obtemos constante k :

$$g(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 8 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 8 \times 2 \Leftrightarrow k = 16$$

Então, a expressão algébrica da função g é : $g(x) = \frac{16}{x}$.

2016, 2ª fase, caderno 2

19. A expressão algébrica da função de proporcionalidade inversa é da forma:

$$y = \frac{k}{x}$$

Para determinarmos a constante de proporcionalidade inversa k basta substituímos um ponto pertencente à função $(4,8;30)$ na sua expressão algébrica:

$$30 = \frac{k}{4,8} \Leftrightarrow k = 30 \times 4,8 \Leftrightarrow k = 144$$

Então a expressão algébrica desta função é $y = \frac{144}{x}$.

Substituindo as coordenadas do ponto $(a; a)$ pertencente à função na sua expressão algébrica temos:

$$a = \frac{144}{a} \Leftrightarrow a^2 = 144 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{144} \Leftrightarrow a = 12 \quad (a > 0)$$

2016, Época especial, caderno 1

20.

20.1. Como f uma função de proporcionalidade direta então a sua expressão algébrica é da forma:

$$f(x) = kx$$

O ponto $(2,4) \in f$ assim conseguimos calcular a constante de proporcionalidade direta:

$$f(x) = kx \Leftrightarrow 4 = k \times 2 \Leftrightarrow k = \frac{4}{2} \Leftrightarrow k = 2$$

Portanto temos $f(x) = 2x$ onde $f(1) = 2 \times 1 = 2$.

20.2. Sabemos que $f(2) = 4$ e $g(2) = 2^2 = 4$, ou seja, $(2,4) \in f$ e $(2,4) \in g$.

Opção(A)

2015, 1ª fase, caderno 2

21. A função f é uma função de proporcionalidade inversa, logo a expressão alébrica da função f é da forma $f(x) = \frac{k}{x}$, $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Como o ponto $(2;5)$ pertence ao gráfico de f podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa k :

$$f(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 5 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 10$$

Assim a expressão alébrica da função f é $f(x) = \frac{10}{x}$

A ordenada do ponto do gráfico de f que tem abcissa 3,2 é igual a $f(3,2) = \frac{10}{3,2} = 3,125$

2015, 2ª fase, caderno 1

22. Como g é uma função de proporcionalidade inversa, a sua expressão algébrica é da forma:

$$g(x) = \frac{k}{x}, \quad \text{onde } k \text{ é a constante de proporcionalidade inversa.}$$

O ponto $(2, f(2))$ pertence a ambas as funções f e g . Como $f(2) = 2^2 = 4$ o ponto tem coordenadas $(2,4)$.

Para calcularmos k basta substituir o ponto pertencente à função g na sua expressão algébrica:

$$g(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 4 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 4 \times 2 \Leftrightarrow k = 8$$

Assim, $g(x) = \frac{8}{x}$

Opção(C)

2015, Época especial, caderno 2