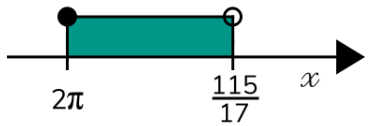
Resolução - Intervalos de números reais

1. Vamos representar o intervalo na reta real:



Recorrendo à máquina de calcular sabemos que:

$2\pi \approx 6,283$

$\frac{115}{17} \approx 6,765$

$\frac{1257}{200} = 6,285 \in \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$

$\sqrt{45} \approx 6,708 \in \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$

$676 \times 10^{-2} = 6,76 \in \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$

$\frac{203}{30} = 6,7(6) > \frac{115}{17}$

O número que não pertence ao intervalo $\left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$ é $\frac{203}{30}$.

Opção(D)

2024, 1ª fase

2. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $4\pi \approx 12,566$.

$4\pi > 12,56 \quad \text{e} \quad 4\pi < 12,57$

Assim vem que $4\pi \in]12,56; 12,57[$.

Opção(C)

2024, 2ª fase

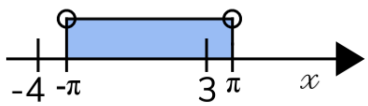
3. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $\sqrt{50} \approx 7,071 \quad \text{e} \quad \sqrt{51} \approx 7,141$.

O número que pertence ao intervalo $[\sqrt{50}, \sqrt{51}]$ é $7,14$.

Opção(C)

2023, 1ª fase

4. Vamos representar o intervalo na reta real:

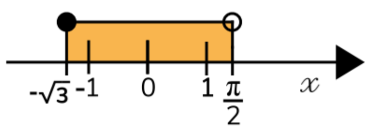


Opção(C)

2023, 2ª fase

5. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{3} \approx -1,73$ e que $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$.

Representanto o intervalo $\left[-\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}\right[$ na reta real:

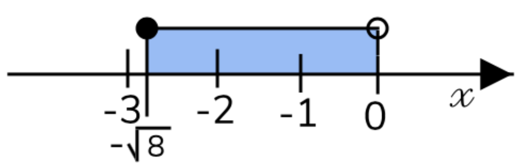


Opção(B)

2023, Época especial

6. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{8} \approx -2,83$.

Representanto o intervalo $\left[-\sqrt{8}, 0\right[$ na reta real:



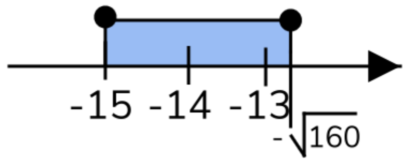
Os números inteiros que pertencem ao intervalo $\left[-\sqrt{8}, 0\right[$ são -2 e -1.

Opção(C)

2022, 1ª fase, caderno 1

7. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{160} \approx -12,65$.

   Representanto o intervalo $[-15, -\sqrt{160}]$ na reta real:

   O maior número inteiro que pertence ao intervalo $[-15, -\sqrt{160}]$ é -13.

   Opção(C)

   2022, 2ª fase, caderno 1

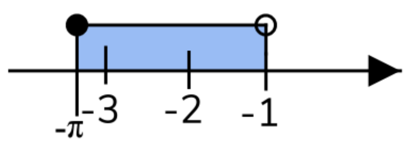
8. Os números irracionais que pertencem ao conjunto P são: $\{\sqrt{13}, 2+\pi\}$

   Opção(D)

   2021, 1ª fase, caderno 1

9. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $\pi \approx 3,14$.

   Representanto o intervalo $[-\pi, -1[$ na reta real:

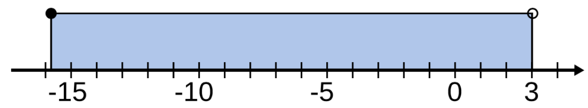
   O menor inteiro que pertence ao intervalo é -3.

   Opção(B)

   2021, 1ª fase, caderno 1

10. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{250} \approx -15,8$.

    Representanto o intervalo $[-\sqrt{250}, 3[$ na reta real:



Assim, o menor número inteiro e o maior número inteiro que pertencem ao intervalo representado são, respectivemente, -15 e 2.

2019, 1ª fase, caderno 1

11. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que:

$2\pi \approx 6,283$

$2\sqrt{10} \approx 6,325$

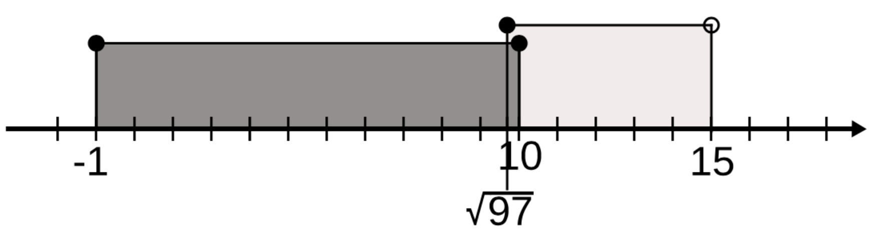
$6,32 \in [2\pi, 2\sqrt{10}]$

Opção(C)

2019, 2ª fase, caderno 1

12. Usando a calculadora sabemos que $\sqrt{97} \approx 9,8$.

Representação dos dois intervalos na reta real



Logo, $[-1, 10] \cup [\sqrt{97}, 15[= [-1, 15[$

2019, Época especial, caderno 1

13. De modo que $]-\infty,\sqrt{n}[\,\cup\,]41,+\infty[=\mathbb{R}$, temos que ter $\sqrt{n}>41$.

 Vamos determinar quando é que se tem $\sqrt{n}=41$:

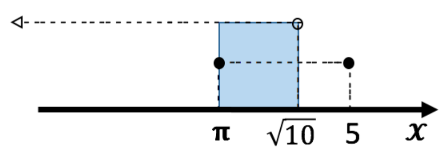
$$\sqrt{n}=41 \;\Rightarrow\; \sqrt{41^2}=41 \Rightarrow\; n=41^2 \;\Rightarrow\; n=1681$$

 Então $\sqrt{n}>41$ quando $n>1681$, isto é, $n=1682$.

 2018, 1ª fase, caderno 1

14. Usando a calculadora sabemos que $\pi<\sqrt{10}$.

 Representação dos dois intervalos na reta real



 Logo, $]-\infty,\sqrt{10}[\,\cap\,[\pi,5]=[\pi,\sqrt{10}[$

 2018, 2ª fase, caderno 1

15. Para que o intervalo $[0,\sqrt[3]{n}]\cap]20,+\infty[$ não seja um conjunto vazio, $\sqrt[3]{n}>20$.

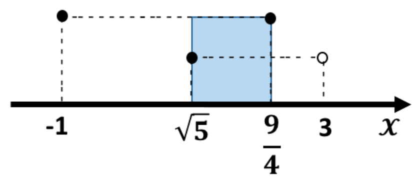
$$\sqrt[3]{n}=20 \;\Leftrightarrow\; n=20^3 \;\Leftrightarrow\; n=8000$$

 Portanto o menor número natural n tal que o intervalo $[0,\sqrt[3]{n}]\cap]20,+\infty[$ não seja um conjunto vazio é $n=8000+1=8001$.

 2018, Época especial, caderno 1

16. Usando a calculadora sabemos que $\sqrt{5}<9$.

 Representação dos dois intervalos na reta real



Logo, $[-1,\sqrt{5}] \cap [\frac{9}{4}, 3[= [\sqrt{5}, \frac{9}{4}]$

Opção(C)

2017, 1ª fase, caderno 1

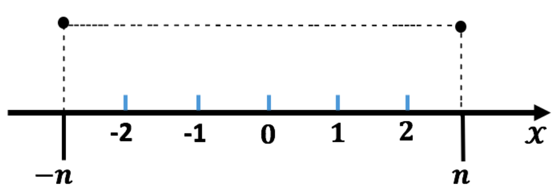
17. $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

    X é o conjunto dos números que pertecem a $\mathbb{Z}$ e que pertecem ao intervalo $]-2, 1[$, ou seja, $X = \{-2, -1, 0\}$.

    Opção(B)

    2017, 2ª fase, caderno 2

18. Vamos representar o intervalo $[-n, n] \cap \mathbb{Z}$ na reta real:



    Logo, para que o intervalo $[-n, n] \cap \mathbb{Z}$ tenha 7 números, $n = 3$.

    2017, Época especial, caderno 1

19. Para que o intervalo $A = [1,\sqrt{n}[$ tenha 28 números naturais $\sqrt{n} = 29$ (visto que o intervalo é aberto em $\sqrt{n}$). Por isso, $n = 29$.

    2016, 1ª fase, caderno 1

20. Como $0,4 = \frac{4}{10}$, então temos que:

$$\frac{n}{0{,}4} = \frac{n}{\frac{4}{10}} = \frac{10n}{4}$$

Substituindo sucessivamente n por valores naturais vem que:

Para n=1, $\frac{10n}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5 \notin \mathbb{N}$

Para n=2, $\frac{10n}{4} = \frac{20}{4} = 5 \in \mathbb{N}$

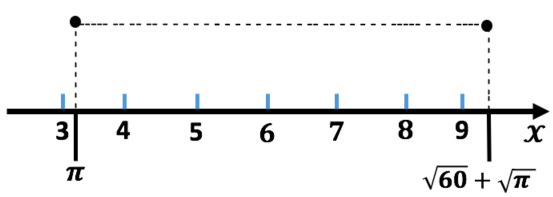
Como $n = 2$, $[-1, \frac{10n}{4}] = [-1, \frac{20}{4}] = [-1, 5]$.

O conjunto de números inteiros ($\mathbb{Z}$) que pertencem ao intervalo $[-1, 5]$ é $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Portanto neste intervalo existem 7 números inteiros.

2016, 2ª fase, caderno 1

21. Usando a calculadora sabemos que $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{60} + \sqrt{\pi} \approx 9,5$.



Logo o conjunto dos números naturais que pertencem ao conjunto A é $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

2016, Época especial, caderno 1

22. A $\cap$ $\mathbb{Q}$ é o conjunto de números que pertencem a A e a $\mathbb{Q}$

Temos que:

$$\sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \qquad \sqrt{6,25} = 2,5 = \frac{25}{20} \in \mathbb{Q} \qquad \pi \notin \mathbb{Q} \qquad \sqrt[3]{125} = 5 \in \mathbb{Q}$$

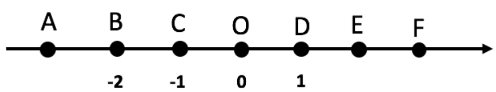
Assim, $A \cap \mathbb{Q} = \{\sqrt{6,25}; \sqrt[3]{125}\}$

Opção(D)

2015, 1ª fase, caderno 1

23. Recorrendo à calculadora $\sqrt{7}-\sqrt{17}\approx -1,5$, ou seja, $-2<\sqrt{7}-\sqrt{17}<-1$

Como a distância entre cada dois pontos consecutivos é uma unidade:

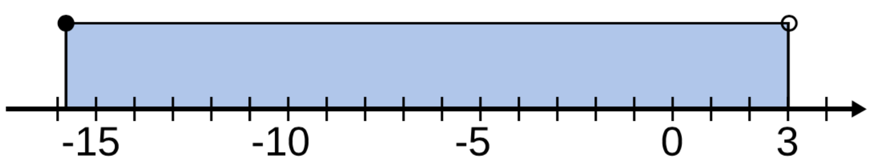


Assim o ponto que representa o número $\sqrt{7}-\sqrt{17}$ está entre os pontos B e C, isto é, pertance ao segmento [BC].

Opção(B)

2015, 2ª fase, caderno 1 Usando a calculadora sabemos que $-\sqrt{2}\approx -1,1$ e $\sqrt{3}\approx 1,7$

Representação do intervalo e dos números inteiros nesse intervalo, na reta real:



Logo, o conjunto dos números inteiros que pertencem ao intervalo $]-\sqrt{2},\sqrt{3}[$ é $\{-1,0,1\}$.

2015, Época especial, caderno 1