Resolução - Função afim

1.

2. Através das coordenadas dos pontos $A(0,7)$ e $B(4,9)$ conseguimos calcular o declive da função afim f:

$$a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{9-7}{4-0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Pela observação da reta sabemos que a ordenada na origem é igual a 7.

A expressão algébrica da função f é:

$$f(x) = ax + b = \frac{1}{2}x + 7$$

O ponto C tem coordenadas $(2, y)$.

Como o ponto C pertence à função f, podemos substituir as coordenadas do ponto C na expressão algébrica da função f, de forma a determinar a ordenada do ponto C:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 7 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \times 2 + 7 \Leftrightarrow y = 8$$

Logo o ponto C tem coordenadas $(2,8)$.

O ponto C também pertence à função de proporcionalidade inversa g, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 8 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 8 \times 2 \Leftrightarrow a = 16$$

A expressão algébrica da função g é:

$$g(x) = \frac{16}{x}$$

Opção(C) 2024, 2ª fase

3. Pela observação da figura sabemos que a função f tem declive positivo e ordenada na origem igual a 2.

Opção(D)

2023, 1ª fase

4. O ponto A tem coordenadas $(4, y_a)$, substituindo estas coordenadas na expressão algébrica da função g conseguimos determinar a ordenada do ponto A:

$$y_a = \frac{16}{4} \Leftrightarrow y_a = 4$$

Como os pontos $(4, 4)$ e $(-2, 0)$ pertencem ao gráfico da função f, que é uma reta, conseguimos determinar o seu declive, ou seja, a constante a:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow a = \frac{4-0}{4-(-2)} \Leftrightarrow a = \frac{4}{6} \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$$

Agora vamos calcular a ordenada na origem do gráfico da função f, a constante b:

$$y = \frac{2}{3}x + b \Leftrightarrow 0 = \frac{2}{3} \times (-2) + b \Leftrightarrow 0 = -\frac{4}{3} + b \Leftrightarrow b = \frac{4}{3}$$

Assim, uma expressão algébrica que defina a função f é:

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

2023, 2ª fase

5. O ponto P pertence à função g por isso conseguimos determinar a sua ordenada:

$$g(4) = \frac{3}{4} \times 4 + 2 = 5$$

Assim, as coordenadas do ponto P são $(4, 5)$.

O ponto P também pertence à função f, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função f conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

$$f(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 5 = \frac{a}{4} \Leftrightarrow a = 5 \times 4 \Leftrightarrow a = 20$$

2023, Época especial

6. g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma:

$$g(x) = \frac{a}{x}$$

Sendo a a constante de proporcionalidade inversa.

O ponto A pertence à função f conseguimos determinar a sua ordenada:

$$f(3) = 4 \times 3 = 12$$

Assim, as coordenadas do ponto A são $(3, 12)$.

O ponto A também pertence à função g, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

A expressão algébrica da funação g é: $g(x) = \frac{36}{x}$

Calculando $g(2)$: $g(2) = \frac{36}{2} = 18$

2022, 1ª fase, caderno 2

7. Como as retas r e s são paralelas então têm o mesmo declive.
   Por isso, a equação reduzida da reta r é da forma:

$$y = -3x + b$$

Substituindo as coordenadas do ponto P (ponto pertencente à reta r) na equação da reta r conseguimos determinar a constante b:

$$y = -3x + b \;\Leftrightarrow\; 6 = -3 \times 3 + b \;\Leftrightarrow\; 6 = -9 + b \;\Leftrightarrow\; b = 15$$

A equação da reta r é $y = -3x + 15$

2021, 1ª fase, caderno 2

7.1. De acordo com o gráfico da figura sabemos que $d(1) = 2,5$. Portanto ao fim de 1 hora de caminhada as duas amigas estavam a $2,5$ km da praia.

7.2. Observando o gráfico da figura sabemos que:

$$d(0) = 7,5 \;\text{ e }\; d(1,5) = 0$$

Opção(B)

2019, 1ª fase, caderno 2

8.

8.1. De acordo com o gráfico da figura sabemos que $d(1) = 2,5$. Portanto ao fim de 1 hora de caminhada as duas amigas estavam a $2,5$ km da praia.

8.2. Observando o gráfico da figura sabemos que:

$$d(0) = 7,5 \;\text{ e }\; d(1,5) = 0$$

2019, 1ª fase, caderno 2

9. Como os pontos $(-4,6)$ e $(2,3)$ pertencem à reta r, conseguimos determinar o seu declive, ou seja, a constante a:

$$a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \;\Leftrightarrow\; a = \frac{6-3}{-4-2} \;\Leftrightarrow\; a = \frac{3}{-6} \;\Leftrightarrow\; a = -\frac{1}{2}$$

Agora vamos calcular a ordenada na origem da reta r, a constante b:

$$y = -\frac{1}{2}x + b \;\Leftrightarrow\; 3 = -\frac{1}{2} \times 2 + b \;\Leftrightarrow\; 3 = -1 + b \;\Leftrightarrow\; b = 4$$

Assim, uma equação da reta r é:

$$y = \frac{3}{2}x + 3$$

2018, 1ª fase, caderno 2

10. Como a reta r contém os pontos de coordenadas $(0,0)$ e $(4,-1)$ podemos determinar o seu declive:

$$m_r = \frac{-1-0}{4-0} = -\frac{1}{4}$$

As retas r e s são paralelas logo têm o mesmo declive:

$$m_s = m_r = -\tfrac{1}{4}$$

Assim a equação da reta s é da forma:

$$\text{s: } y = -\tfrac{1}{4}x + b$$

Substituindo na equação da reta s o ponto de coordenadas $(8, -5)$ conseguimos calcular a constante b (ordenada na origem):

$$y = -\tfrac{1}{4}x + b \;\Leftrightarrow\; -5 = -\tfrac{1}{4} \times 8 + b \;\Leftrightarrow\; b = 2 - 5 \;\Leftrightarrow\; b = -3$$

Assim a equação da reta s é:

$$\text{s: } y = -\tfrac{1}{4}x - 3$$

2018, 2ª fase, caderno 2

11. Como a reta r é paralela à reta s então sabemos que têm o mesmo declive:

$$m_s = m_r = -2$$

Logo, a equação da reta s é da forma: $y = -2x + b$.

Substituindo as coordenadas do ponto $(\tfrac{3}{2}, 0)$ na equação da reta s conseguimos calcular a constante b (ordenada na origem):

$$y = -2x + b \;\Leftrightarrow\; 0 = -2 \times \tfrac{3}{2} + b \;\Leftrightarrow\; b = 3$$

Assim a equação da reta s é da forma: $y = -2x + 3$.

2018, Época especial, caderno 2

12. A função f é uma função afim logo a sua expressão algébrica é da forma $f(x) = mx + b$

    onde, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{5-0} = \frac{2}{5}$ e $b = -1$

    Então, a expressão algébrica da função f é : $f(x) = \frac{2}{5}x - 1$.

    2016, 1ª fase, caderno 2

13. As retas r e s são paralelas por isso têm o mesmo declive $m = 1,5$.

    Assim a expressão algébrica da função f que representa a reta s é da forma:

    $$f(x) = 1,5x + b.$$

    Pela observação da figura verificamos que $0 < b < 9$.

    Opção(A)

    2016, 2ª fase, caderno 2

14. Como r e s são retas paralelas então têm o mesmo declive. Assim a equação da reta s é da forma:

    $$y = -2x + b$$

    Substituindo as coordenadas de um ponto pertencente à reta s (-3,2) na sua expressão algébrica, conseguimoes determinar b:

    $$y = -2x + b \Leftrightarrow 2 = -2 \times -3 + b \Leftrightarrow 2 = 6 + b \Leftrightarrow b = -4$$

    $s: \ y = -2x - 4$

    2016, Época especial, caderno 2

15. A função $h(x) = x + 2$ é uma reta de declive 1 e ordenada na origem 2.

    A reta r é uma reta de declive negativo logo não pode ser o gráfico da função h.

    Apesar de s ser uma reta de declive positivo, a sua ordenada na origem é negativa logo também não pode ser o gráfico da função h.

2015, 1ª fase, caderno 2

16. Como a função f é definida por $f(x) = x^2$, a função g, cujo gráfico é simétrico do gráfico da função f relativamente ao eixo Ox, tem expressão algébrica $g(x) = -x^2$.

    Logo, $f(\sqrt{3}) + g(2) = (\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3 - 4 = -1$

    2015, 2ª fase, caderno 2

17. O gráfico mostra uma reta que passa pela origem do referencial, ou seja, representa uma função de proporcionalidade direta. A expressão algébrica de uma função de proporcionalidade direta é da forma $y = kx$.

    Vamos começar por calcular a constante de proporcionalidade direta k sustituindo na expressão o ponto (8,400) pertencente à reta:

    $$y = kx \;\Leftrightarrow\; 400 = 8k \;\Leftrightarrow\; k = \frac{400}{8} \;\Leftrightarrow\; k = 50$$

    Portanto a expressão algébrica desta função de proporcionalidade direta é $y = 50x$

    Vamos determinar a distância, x percorrida pelo Martim em 10 minutos, ou seja, a distância percorrida pelo Martim desde que saiu de casa até chegar à casa da sua avó:

    $$y = 50 \times 10 = 500 \text{ m}$$

    A distância percorrida pelo Martim no trajeto de ida e volta é $2 \times 500 = 1000$ m

    2015, Época especial, caderno 2