

Exercícios de exames - Sucessões

1. Uma orquestra está a realizar audições para novos instrumentistas.

Para se preparar para a audição de violino, a Constança praticou durante m dias.

Sabe-se que a Constança praticou:

- em cada dia, exceto no primeiro, sempre mais 10 minutos do que no dia anterior;
- 60 minutos no quarto dia;
- 2970 minutos no total dos m dias.

Determine o valor de m .

2024, 1ª fase

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

De uma progressão aritmética (u_n) , sabe-se que a soma do primeiro com o quinto termo é igual a 26 e que o nono termo é igual a 31.

Averigue se 835 é termo da progressão (u_n) .

2024, 2ª fase

3. Seja (u_n) a sucessão definida por

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Qual é o terceiro termo da sucessão (u_n) ?

- (A) 8 (B) 10 (C) 18 (D) 38

2024, Época especial

4.

Usando cartões numerados, construiu-se uma figura, com forma triangular, constituída pelas n primeiras linhas do triângulo de Pascal.

Na Figura 1, estão representadas as cinco primeiras linhas dessa construção.

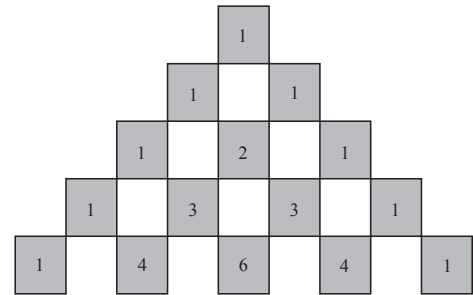


Figura 1

4.1. Uma das linhas dessa construção contém, exatamente, 19 cartões.

Qual é o número inscrito no quarto cartão dessa linha?

(A) 816 (B) 969 (C) 3060 (D) 3876

4.2. Calcule o valor de n , sabendo que, na construção da figura, foram utilizados, exatamente, 3081 cartões.

2024, Época especial

5. A Figura 2 representa uma linha poligonal simples que começou a ser construída a partir do segmento de reta $[AB]$.

O segundo segmento de reta, com uma das extremidades em B , foi construído com mais 2 cm do que o primeiro, o terceiro segmento foi construído com mais 2 cm do que o segundo, e assim sucessivamente, tendo cada segmento de reta sempre mais 2 cm do que o anterior.

Continuando a construção da linha poligonal, do modo acima descrito, até ao 100.º segmento de reta, obtém-se uma linha poligonal com o comprimento total de 104 metros.

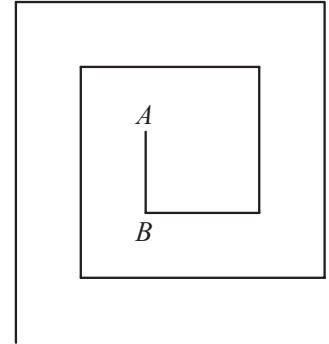


Figura 2

Determine o comprimento do segmento de reta $[AB]$.

Apresente o valor pedido em centímetros.

2023, 1ª fase

6. Seja (u_n) uma sucessão tal que $\lim u_n = 0$.

Qual das expressões seguintes pode ser termo geral de (u_n) ?

(A) $\left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$ (B) $-\frac{n^2+1}{n}$ (C) $\frac{4n+3}{3n+4}$ (D) $\frac{(-1)^n}{n}$

2023, 2ª fase

7. Considere um triângulo equilátero, $[ABC]$, com $\overline{AB} = 1$.

Unindo os pontos médios dos lados desse triângulo, obtém-se um segundo triângulo; unindo os pontos médios dos lados do segundo triângulo, obtém-se um terceiro triângulo. Continuando a proceder deste modo, obtém-se uma sequência de n triângulos, sendo $n > 4$.

Na Figura 3, representam-se os primeiros quatro triângulos da sequência.

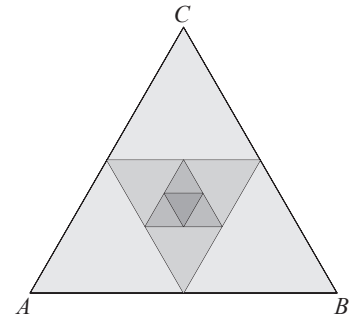


Figura 3

Mostre que a soma dos perímetros dos n triângulos da sequência é menor do que 6 unidades, qualquer que seja o valor de n .

2023, 2ª fase

8. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão monótona?

(A) $(n - 5)^2$ (B) $\frac{(-1)^n}{n+3}$ (C) $(-2)^n$ (D) $\frac{1}{n}$

2023, Época especial

9. Uma composição geométrica é constituída por uma sequência de 25 semicircunferências em que, à exceção da primeira, o raio de cada semicircunferência é o dobro do raio da semicircunferência anterior.

A Figura 4 representa parte dessa composição, em que c_1 , c_2 e c_3 são as três primeiras semicircunferências, com 1 cm, 2 cm e 4 cm de raio, respetivamente.

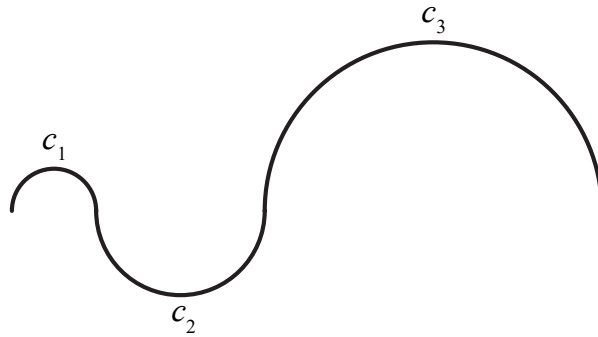


Figura 4

Determine o comprimento total da linha obtida com esta composição geométrica.

Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades.

2023, Época especial

10. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão convergente?

(A) $(-1)^n \times n$ (B) $\frac{(-1)^n}{n}$ (C) $(-1)^n + n$ (D) $(-1)^n - n$

2022, 1ª fase

11. A soma dos cinco primeiros termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$ é 211.

Determine o quinto termo desta progressão.

2022, 1ª fase

12. Seja u_n a sucessão definida por

$$u_n = \begin{cases} (-1)^n & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{4n-1}{n+3} & \text{se } n > 3 \end{cases}$$

Mostre que a sucessão u_n é limitada.

2022, 2ª fase

13. Seja k um número natural.

Qual é o limite da sucessão (u_n) definida por $u_n = \left(\frac{n+k}{n}\right)^n$?

(A) 1 (B) $+\infty$ (C) e^k (D) e^{-k}

2022, Época especial

14. De uma progressão aritmética, (v_n) , sabe-se que $v_3 = 1$ e $v_{10} = \frac{5}{4}v_9$.

Averigue, sem recorrer à calculadora, se -50 é termo da progressão (v_n) .

2022, Época especial

15. Seja v_n uma progressão geométrica.

Sabe-se que $v_5 = 4$ e que $v_8 = 108$

Qual é o valor de v_6 ?

(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 60

2021, 1ª fase

16. Seja u_n a sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Determine, sem recorrer à calculadora, quantos termos de ordem ímpar da sucessão u_n pertencem ao intervalo $\left[\frac{83}{41}, \frac{67}{33}\right]$

2021, 1ª fase

17. Na Figura 5, está representada parte do gráfico de uma função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

A reta de equação $x = 2$ é uma assíntota vertical ao gráfico da função g

Seja v_n a sucessão de termo geral $v_n = 2 - \frac{5}{n+3}$

A que é igual $\lim g(v_n)$?

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) $+\infty$

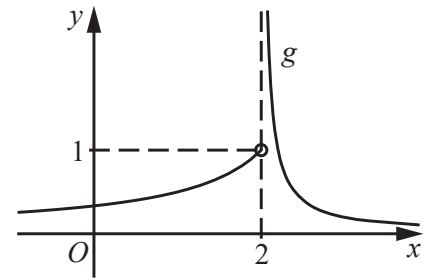


Figura 5

2021, 2ª fase

18. Seja u_n uma progressão aritmética.

Sabe-se que, relativamente a u_n , a soma do sexto termo com o vigésimo é igual a -5 e que o décimo nono termo é igual ao quádruplo do sétimo termo.

Determine a soma dos dezasseis primeiros termos desta progressão.

2021, 2ª fase

19. Considere a sucessão u_n definida por $u_n = 2n^2 - n$

Em relação a uma certa função f , de domínio \mathbb{R}^+ , sabe-se que $\lim f\left(\frac{1}{u_n}\right) = +\infty$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f ?

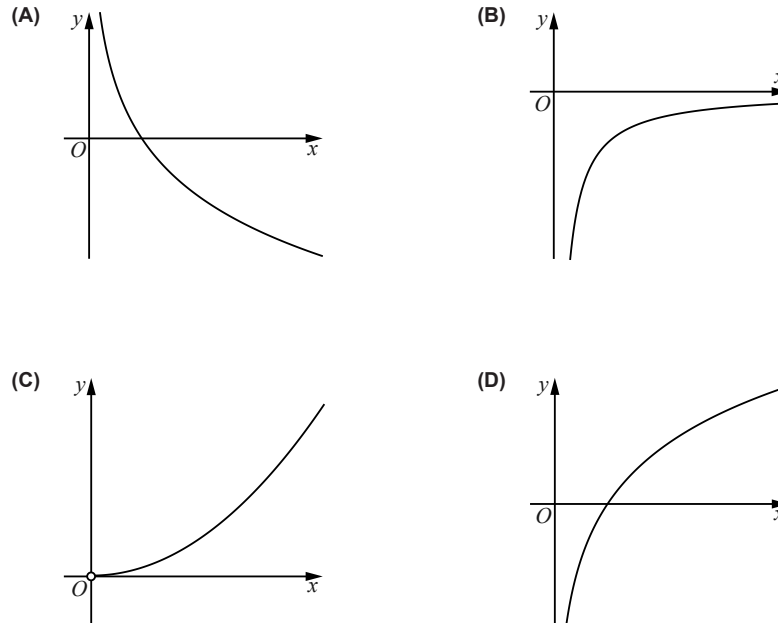


Figura 6

2021, Época especial

20. Seja u_n a sucessão definida por $u_n = 2n + 1$

Determine, sem recorrer à calculadora, a soma dos primeiros duzentos termos de ordem ímpar da sucessão (u_n)

2021, Época especial

21. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{8n-4}{n+1}$

21.1. Estude a sucessão (u_n) quanto à monotonia.

21.2. Seja f a função, de domínio $] -\infty, 8[$, definida por $f(x) = \log_2(8 - x)$

A que é igual $\lim f(u_n)$?

- (A) $-\infty$ (B) 0 (C) 1 (D) $+\infty$

2020, 1ª fase

22. De uma progressão aritmética (u_n) sabe-se que o sétimo termo é igual ao dobro do segundo e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 57

Sabe-se ainda que 500 é termo da sucessão (u_n)

Determine a ordem deste termo.

2020, 2ª fase

23. Seja (v_n) a sucessão definida por

$$v_n = \begin{cases} n & \text{se } n < 10 \\ 1 + \frac{1}{n} & \text{se } n \geq 10 \end{cases}$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A sucessão (v_n) tem limite nulo. (B) A sucessão (v_n) é divergente.
(C) A sucessão (v_n) é limitada. (D) A sucessão (v_n) é monótona.

2020, 2ª fase

24. Considere uma progressão geométrica não monótona (u_n)

Sabe-se que $u_3 = \frac{1}{12}$ e que $u_{18} = 4u_{20}$

Determine uma expressão do termo geral de (u_n)

Apresente essa expressão na forma $a \times b^n$, em que a e b são números reais.

2020, Época especial

25. Considere a sucessão (v_n) definida, por recorrência, por

$$\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{1}{v_n}, \quad \text{para qualquer número natural } n \end{cases}$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A sucessão (v_n) é uma progressão aritmética.
- (B) A sucessão (v_n) é uma progressão geométrica.
- (C) A sucessão (v_n) é monótona.
- (D) A sucessão (v_n) é limitada.

2020, Época especial

26. Seja r um número real maior do que 1

Sabe-se que r é a razão de uma progressão geométrica de termos positivos.

Sabe-se ainda que, de dois termos consecutivos dessa progressão, a sua soma é igual a 12 e a diferença entre o maior e o menor é igual a 3

Determine o valor de r

2019, 1ª fase, caderno 1

27. Sejam a e b dois números reais diferentes de zero

Sabe-se que 2, a e b são três termos consecutivos de uma progressão geométrica.

Sabe-se ainda que $a - 2$, b e 2 são três termos consecutivos de uma progressão aritmética.

Determine a e b

2019, 2ª fase, caderno 1

28. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$.
Determine a menor ordem a partir da qual todos os termos da sucessão (u_n) são maiores do que $-0,01$

2019, Época especial, caderno 1

29. Seja a um número real.
Sabe-se que a , $a+6$ e $a+18$ são três termos consecutivos de uma progressão geométrica. Relativamente a essa progressão geométrica, sabe-se ainda que a soma dos sete primeiros termos é igual a 381.
Determine o primeiro termo dessa progressão.

2018, 1ª fase, caderno 1

30. De uma progressão aritmética (u_n) sabe-se que o terceiro termo é igual a 4 e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 174.
Averigue se 5371 é termo da sucessão (u_n)

2018, 2ª fase, caderno 1

31. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{n+5}{n+3}$.
Estude a sucessão (u_n) quanto à monotonia.

2018, Época especial, caderno 1

32. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = \begin{cases} n & \text{se } n \leq 20 \\ (-1)^n & \text{se } n > 20 \end{cases}$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A sucessão (u_n) é monótona crescente
- (B) A sucessão (u_n) é monótona decrescente
- (C) A sucessão (u_n) é limitada
- (D) A sucessão (u_n) é um infinitamente grande

2017, 1ª fase, grupo I

33. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n}$
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A sucessão (u_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$
- (B) A sucessão (u_n) é uma progressão geométrica de razão 2
- (C) A sucessão (u_n) é uma progressão aritmética de razão $\frac{1}{2}$
- (D) A sucessão (u_n) é uma progressão aritmética de razão 2

2017, 2ª fase, grupo I

34. Seja (u_n) uma sucessão real em que todos os termos são positivos.
Sabe-se que, para todo o número natural n , $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A sucessão (u_n) é limitada.
- (B) A sucessão (u_n) é uma progressão aritmética.
- (C) A sucessão (u_n) é crescente.
- (D) A sucessão (u_n) é um infinitamente grande

2017, Época especial, grupo I

35. De uma progressão geométrica (u_n) , monótona crescente, sabe-se que $u_4 = 32$ e que $u_8 = 8192$
Qual é o quinto termo da sucessão (u_n) ?

- (A) 64 (B) 128 (C) 256 (D) 512

2016, 2ª fase, grupo I

36. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$

Considere a sucessão de termo geral $u_n = n^2$

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

- (A) 0 (B) 1 (C) e (D) $+\infty$

2015, 1ª fase, grupo I

37. Seja a um número real.

Considere a sucessão (u_n) definida por

$$\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = -3u_n + 2, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Qual é o terceiro termo desta sucessão?

- (A) $6a+4$
(B) $9a-4$
(C) $6a-4$
(D) $9a+4$

2015, 1ª fase, grupo I

38. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão monótona e limitada?

- (A) $(-1)^n$

(B) $(-1)^n \cdot n$

(C) $-\frac{1}{n}$

(D) $1 + n^2$

2015, 2ª fase, grupo I

39. De uma progressão geométrica (a_n) , sabe-se que o terceiro termo é igual a $\frac{1}{4}$ e o sexto termo é igual a 2

Qual é o valor do vigésimo termo ?

(A) 8192 (B) 16384

(C) 32768 (D) 65536

2015, Época especial, grupo I