Exercícios de exames - Probabilidades

1. Uma orquestra está a realizar audições para novos instrumentistas.

   No primeiro dia das audições, participaram apenas candidatos a flautistas e a violinistas.

   Sabe-se que:

   - $\frac{3}{5}$ dos candidatos eram violinistas;
   - o número de candidatos estrangeiros era igual ao número de candidatos portugueses;
   - $\frac{3}{10}$ dos candidatos estrangeiros eram flautistas.

   Seleciona-se, ao acaso, um dos candidatos que participaram no primeiro dia das audições.

   Determine a probabilidade de esse candidato ser português, sabendo-se que é violinista.

   Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

   2024, 1ªfase

2. Na Figura 1, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases $[ABCD]$ e $[EFGH]$.

   Sabe-se que:

   - as bases do prisma são trapézios retângulos;
   - o ponto A tem coordenadas $(4, -4, -3)$, e o ponto B tem a ordenada igual ao dobro da abcissa;
   - uma equação da reta BC é $(x, y, z) = (3, 5, 1) + k(2, 3, 6), k \in \mathbb{R}$.

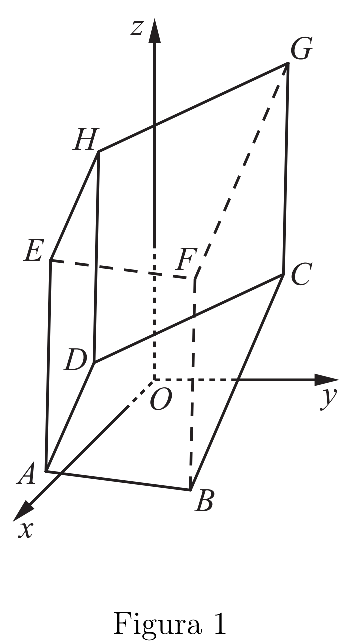

Figura 1

Selecionam-se, ao acaso, dois vértices de cada uma das bases do prisma.

Determine a probabilidade de os quatro vértices selecionados não pertencerem a uma mesma face lateral do prisma.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2024, 1ªfase

3. Considere um dado cúbico equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6.

   Lança-se esse dado três vezes e regista-se o número da face que ficou voltada para cima em cada lançamento.

   Qual é a probabilidade de, em exatamente dois desses lançamentos, se obter, na face voltada para cima, um múltiplo de 3?

   (A) $\frac{1}{27}$ **(B)** $\frac{2}{27}$ **(C)** $\frac{1}{9}$ **(D)** $\frac{2}{9}$

2024, 2ªfase

4. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).

   Sabe-se que:

   - $0 < P(A) < 1$ e $0 < P(B) < 1$;
   - $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 9P(A \cap B)$;
   - $P(\overline{A}) = 3P(B)$.

   Determine o valor de $P(A|B)$.

   Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2024, 2ªfase

5. Um saco contém apenas bolas amarelas e bolas verdes, todas indistinguíveis ao tato.

5.1. Retiram-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

A: «A primeira bola retirada é amarela»;

B: «A segunda bola retirada é amarela».

Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{2}{3}P(A)$.

Justifique que, inicialmente, existia um número ímpar de bolas amarelas no saco.

5.2. Considere que se alterou a constituição inicial do saco e que, neste, estão agora duzentas bolas indistinguíveis ao tato.

Sabe-se que 49% das bolas são verdes.

Extraem-se, ao acaso, quatro bolas do saco.

Determine a probabilidade de o conjunto formado por essas quatro bolas conter, pelo menos, três bolas verdes.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

2024, Época especial

6. Um grupo de jovens inscreveu-se num campo de férias que oferece as modalidades de surf e de skate.

6.1. No ato da inscrição, todos os jovens do grupo responderam a um questionário sobre a prática das modalidades de surf e de skate. De acordo com as respostas ao questionário:

- 65% praticavam surf;
- 20% praticavam skate e não praticavam surf;
- quatro em cada cinco dos que praticavam surf também praticavam skate.

Selecionou-se, ao acaso, um jovem que, no questionário, tinha respondido que não praticava skate.
Determine a probabilidade de esse jovem, no questionário, também ter respondido que praticava surf.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

6.2. Considere que, no grupo, há 70 jovens com 13 ou 14 anos de idade, sendo o número de jovens com 14 anos maior do que o número de jovens com 13 anos.
Para realizar uma determinada tarefa, vão ser selecionados, aleatoriamente, dois desses jovens.
Sabe-se que a probabilidade de selecionar dois desses jovens com idades distintas é $\frac{16}{35}$.
Determine o número de jovens com 13 anos que há no grupo.

2023, 1ªfase

7. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).
Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos equiprováveis;
- $P(\overline{A}) = 0,6$
- $P(A \cup \overline{B}) = 0,7$

Determine o valor de $P((A \cup \overline{B})|B)$.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2023, 2ªfase

8. Uma certa composição geométrica é formada por n hexágonos regulares inscritos em circunferências concêntricas, contidas num mesmo plano, de centro no ponto V, sendo $n > 3$.

   A Figura 2 é um esquema de parte dessa composição, e nela estão representados três dos n hexágonos que formam a composição.

   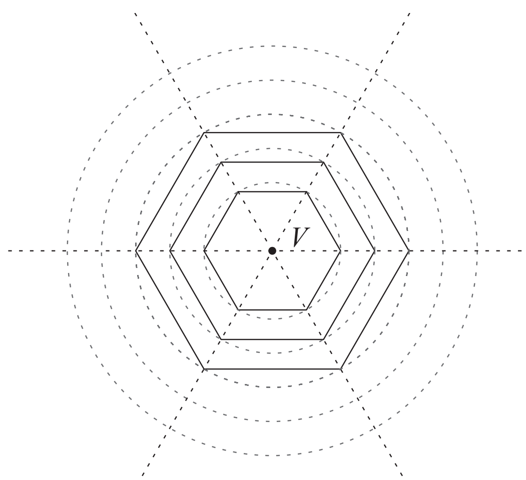

   Figura 2

   Considere o conjunto de pontos formado pelo ponto V e pelos vértices de todos os hexágonos da composição.

   Sabe-se que, selecionando, ao acaso, dois pontos desse conjunto, a probabilidade de estes serem vértices do mesmo hexágono é igual a $\frac{5}{49}$.

   Determine o valor de n.

2023, 2ªfase

9. Seja Ω o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

   Sabe-se que:

   - $P(A \cup B) = 0,8$
   - $P(A \cap \overline{B}) = 0,5$

   Qual é o valor de $P(B)$?

   (A) $0,2$ **(B)** $0,3$ **(C)** $0,5$ **(D)** $0,6$

   2023, Época especial

10. O Rui tem nove bombons com recheio de frutos secos: quatro de amêndoa, dois de avelã e três de noz.

    10.1. Numa caixa com nove compartimentos, numerados de 1 a 9, o Rui vai colocar, aleatoriamente, os nove bombons, um bombom em cada compartimento.

    Os nove compartimentos estão dispostos em três linhas por três colunas, como se ilustra na Figura 3.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Figura 3

Determine a probabilidade de uma das três linhas ficar preenchida com três bombons de amêndoa. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

10.2. Aos nove bombons com recheio de frutos secos, juntam-se vinte e dois bombons com recheio de caramelo.

Selecionam-se, sucessivamente, ao acaso e sem reposição, três bombons. Considere os acontecimentos:

A: «o primeiro bombom tem recheio de frutos secos»;

B: «o segundo bombom tem recheio de frutos secos»;

C: «o terceiro bombom tem recheio de caramelo».

Justifique, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, que o valor da probabilidade $P(C|(A \cap \overline{B}))$ é $\frac{21}{29}$.

Na sua resposta, tendo em conta o contexto descrito:

- interprete o significado de $P(C|(A \cap \overline{B}))$;
- explique o valor do numerador e o valor do denominador da fração apresentada.

2023, Época especial

11. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$.

Sabe-se que:

- $P(\overline{B}) = 0,6$
- $P(A \cup B) = 0,6$
- $A \cap B = \emptyset$

Qual é o valor de $P(\overline{A})$?

(A) $0,2$ **(B)** $0,4$ **(C)** $0,6$ **(D)** $0,8$

2022, 1ªfase

12. Dos alunos que participaram num torneio de jogos matemáticos, que incluiu os jogos Semáforo e Rastros, sabe-se que:

    - metade dos alunos jogou Semáforo;
    - um quarto dos alunos não jogou Rastros;
    - um quinto dos alunos que não jogaram Rastros jogou Semáforo.

    Determine a probabilidade de um aluno que participou no torneio, escolhido ao acaso, não ter jogado Semáforo e ter jogado Rastros.
    Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

    2022, 1ªfase

13. Dos passageiros de um voo de avião do Porto para Faro sabe-se que, antes do embarque:

    - 70% nunca tinham viajado de avião;
    - $\frac{2}{5}$ já tinham estado em Faro;
    - metade dos que já tinham estado em Faro já tinha viajado de avião.

    Admita que a ordem de saída dos passageiros deste voo é aleatória.
    O primeiro passageiro a sair do avião nunca tinha estado em Faro.
    Qual é a probabilidade de esta ter sido a primeira viagem de avião desse passageiro?
    Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2022, 2ªfase

14. Uma empresa tem 60 funcionários. Todos trabalham cinco dias por semana, mas fazem-no em regimes diferentes, como a seguir se descreve:

- 40% trabalham todos os dias em regime presencial;
- 25% trabalham todos os dias à distância;
- os restantes trabalham dois dias em regime presencial e três dias à distância.

Selecionam-se, ao acaso, quatro funcionários dessa empresa.

A expressão seguinte permite determinar a probabilidade de serem selecionados, no máximo, três funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, dois dias por semana.

$$\frac{{}^{60}C_4 - {}^{45}C_4}{{}^{60}C_4}$$

Explique esta expressão no contexto descrito.
Na sua resposta:
– enuncie a regra de Laplace;
– explique o número de casos possíveis;
– explique o número de casos favoráveis.

2022, Época especial

15. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos independentes ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$. Mostre que $P(B) + P(A) \times \big(1 - P(B|A)\big) = P(A) + P(B) \times P(\overline{A})$.

2022, Época especial

16. Numa escola frequentada por estudantes portugueses e estrangeiros, 60% dos alunos são raparigas e 15% são rapazes estrangeiros.

 Escolheu-se, ao acaso, um aluno dessa escola e verificou-se que era um rapaz.

 Qual é a probabilidade de ele ser português?

 (A) 45% **(B)** 50% **(C)** $57,5\%$ **(D)** $62,5\%$

 2021, 1ªfase

17. Uma turma de 11º ano é constituída por 30 alunos com idades de 15, 16 e 17 anos, dos quais 60% são raparigas. Sabe-se que um terço dos rapazes tem 17 anos e que um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos.

 O André e a Beatriz, alunos da turma, são gémeos e têm 16 anos. Escolhem-se, ao acaso, cinco alunos da turma.

 Determine a probabilidade de o grupo constituído por esses cinco alunos ser formado pelo André, pela Beatriz, por dois jovens com 17 anos e por outro com 15 ou 16 anos. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

 2021, 1ªfase

18. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.

 Relativamente a este clube, sabe-se que:

- cada sócio pratica uma e só uma das duas modalidades;
- 65% dos sócios são mulheres;
- $\frac{1}{7}$ dos homens pratica badmínton;
- $\frac{5}{6}$ dos praticantes de badmínton são mulheres.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio deste clube.

Determine a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

2021, 2ªfase

19.

Na Figura 4, está representada, a sombreado, num referencial o.n. xOy, a região do plano cartesiano definida pela condição $0 \leq x \leq 10 \wedge 0 \leq y \leq 10$

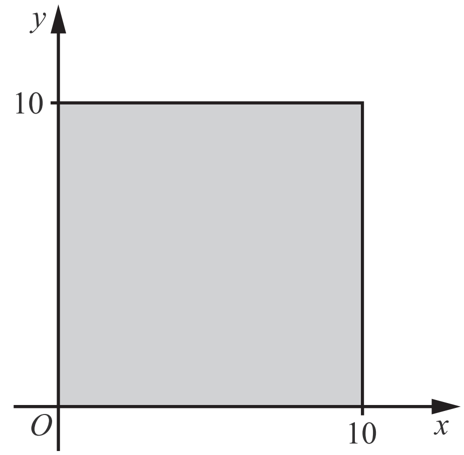

Figura 4

Considere todos os pontos que pertencem a essa região e cujas coordenadas são números inteiros.

Escolhe-se, ao acaso, um desses pontos.

Qual é o valor, arredondado às milésimas, da probabilidade de esse ponto pertencer à reta de equação $y = x + 7$?

(A) $0,025$ **(B)** $0,033$

(C) $0,041$ **(D)** $0,057$

2021, Época especial

20. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$.

Sabe-se que:

- $P(A) \neq 0$
- $P(B) = \frac{3}{2}P(A)$
- $P(B|A) = \frac{1}{2}$

Mostre que $P(\overline{A} \cap \overline{B}) + 2P(A) = 1$

2021, Época especial

21. Um saco contém bolas azuis e bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Cada bola tem uma única cor e só existem bolas azuis e bolas brancas no saco.

    21.1. Retiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

    Sejam A e B os acontecimentos:

    A : «A primeira bola retirada é azul»

    B : «A segunda bola retirada é branca»

    Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A)$

    Justifique que inicialmente existia um número ímpar de bolas azuis no saco.

    Sugestão: comece por designar por a o número de bolas azuis e por b o número de bolas brancas que existiam inicialmente no saco.

    21.2. Considere que se alterou a constituição inicial do saco e que, neste, estão agora oito bolas azuis e sete bolas brancas.

    Pretende-se colocar todas estas bolas em dez caixas numeradas de 1 a 10, de tal forma que:

    - cada caixa com número par tenha, pelo menos, uma bola azul;
    - cada caixa com número ímpar tenha, pelo menos, uma bola branca;
    - cada caixa tenha, no máximo, duas bolas.

    Nestas condições, de quantas maneiras diferentes podem ficar colocadas as bolas nas dez caixas?

    (A) 1176 **(B)** 2520 **(C)** 28016 **(D)** 30550

2020, 1ª fase

22. Considere um cubo $[MNPQRSTU]$

    Escolhem-se, ao acaso, três vértices distintos desse cubo.

    Qual é a probabilidade de o plano por eles definido conter uma das faces do cubo?

    (A) $\frac{1}{7}$ **(B)** $\frac{3}{7}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** $\frac{3}{7}$

    2020, 2ª fase

23. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória.

    Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).

    Sabe-se que:

    - $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,4$
    - $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,9$

    Determine o valor da probabilidade condicionada $P(A|(A \cup B))$

    Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

    2020, 2ª fase

24. Um hotel, que promove atividades ao ar livre, é procurado por turistas de várias nacionalidades.

    24.1. Num certo dia, o hotel organizou uma descida do rio Zêzere e uma caminhada na serra da Estrela. Sabe-se que:

    - 80% dos hóspedes participaram na caminhada na serra da Estrela;
    - 50% dos hóspedes participaram na descida do rio Zêzere;
    - 30% dos hóspedes que participaram na descida do rio Zêzere não participaram na caminhada na serra da Estrela.

    Escolhe-se, ao acaso, um dos hóspedes do hotel.

Determine a probabilidade de esse hóspede ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

24.2. Três hóspedes suecos e quatro hóspedes dinamarqueses pretendem visitar os arredores do hotel. Para tal, o hotel disponibiliza quatro motos de dois lugares cada uma (uma preta, uma amarela, uma branca e uma verde).

Sabe-se que apenas os hóspedes dinamarqueses podem conduzir.

De quantas maneiras distintas se podem distribuir, deste modo, os sete hóspedes pelas quatro motos?

(A) 21 **(B)** 35 **(C)** 268 **(D)** 576

2020, Época especial

25. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.

25.1. Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa.

Sabe-se que a probabilidade de ela não ser amarela ou de não ter um logotipo desenhado é igual a $\frac{15}{16}$

Determine o número de bolas que a caixa contém.

25.2. Dispõem-se, ao acaso, as dez bolas amarelas, lado a lado, em linha reta.

Qual é a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas?

(A) $\frac{1}{16}$ **(B)** $\frac{1}{15}$ **(C)** $\frac{1}{14}$ **(D)** $\frac{1}{13}$

2019, 1ª fase, caderno 1

26. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10º, 11º e 12º anos.

    Relativamente aos alunos desta escola, sabe-se que:

    - $\frac{3}{5}$ dos alunos do 10º ano são rapazes;
    - $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
    - $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10º ano.

    Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

    Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o 10º ano.

    Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

    2019, 2ª fase, caderno 1

27. Um saco contém nove cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 9.

    Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, quatro cartões do saco.

    Qual é a probabilidade de o menor dos números saídos ser 3 e o maior ser 8?

    (A) $\frac{1}{18}$ **(B)** $\frac{1}{21}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{1}{7}$

    2019, Época especial, caderno 1

28. Numa turma de 12º ano, apenas alguns alunos estão matriculados na disciplina de Química.

    Relativamente a essa turma, sabe-se que:

- o número de raparigas é o dobro do número de alunos matriculados na disciplina de Química;
- um terço dos alunos matriculados na disciplina de Química são raparigas;
- metade dos rapazes não estão matriculados na disciplina de Química.

Escolhe-se ao acaso um aluno da turma.

Determine a probabilidade de esse aluno estar matriculado na disciplina de Química.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2019, Época especial, caderno 1

29. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

    Sejam A e B dois acontecimentos equiprováveis e independentes.

    Sabe-se que $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{8}{9}$

    Qual é o valor de $P(A)$?

    (A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{3}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

    2019, Época especial, caderno 2

30. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.

    Relativamente a essa escola, sabe-se que:

    - o número de alunos que estudam Espanhol é igual ao número de alunos que estudam Inglês;
    - o número de alunos que estudam, pelo menos, uma das duas línguas é o quádruplo do número de alunos que estudam as duas línguas.

    Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

    Determine a probabilidade de esse aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

2018, 1ª fase, caderno 1

31. Num saco, encontram-se quatro bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 0 a 3
Retiram-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.
Seja X a variável aleatória «produto dos números saídos».
Para um certo valor de k, tem-se que $P(X = k) = \frac{1}{2}$
Qual é o valor de k ?

(A) 6 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 0

2018, 1ª fase, caderno 2

32. Num clube desportivo, praticam-se as modalidades de basquetebol e futebol, entre outras.
Sabe-se que, escolhido ao acaso um atleta deste clube, a probabilidade de ele praticar basquetebol é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de ele praticar futebol é $\frac{2}{5}$
Sabe-se ainda que, dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol.
Mostre que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.

2018, 2ª fase, caderno 1

33. Seja ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes e equiprováveis;
- $P(A \cup B) = 0,64$

Qual é o valor de $P(A)$?

(A) $0,42$ **(B)** $0,40$ **(C)** $0,38$ **(D)** $0,36$

2018, Época especial, caderno 1

34. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória.

    Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

    - $P(A) = 0,6$
    - $P(B) = 0,7$

    Mostre que $P(B|A) \geq \frac{1}{2}$

    2018, Época especial, caderno 1

35. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos.

    Sabe-se que:

    - $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
    - escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$

    Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 12 **(D)** 16

2017, 1ª fase, grupo I

36. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6).
Retira-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:
A: «o número da bola retirada é menor ou igual a 6»
B: «o número da bola retirada é par»

Escreva o significado de $P(\overline{A} \cup B)$ no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n, que dê esta probabilidade.
Apresente a expressão na forma de uma fração.

2017, 1ª fase, grupo II

37. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Seja A o acontecimento «o aluno escolhido é rapariga», e seja B o acontecimento «o aluno escolhido frequenta o 10º ano».
Sabe-se que:

- a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz ou não frequentar o 10º ano é $0,82$
- a probabilidade de o aluno escolhido frequentar o 10º ano, sabendo que é rapariga, é $\frac{1}{3}$

Determine $P(A)$

2017, 2ª fase, grupo II

38. Considere duas caixas, C_1 e C_2. A caixa C_1 tem 12 bolas, das quais cinco são brancas e as restantes são pretas. A caixa C_2 tem sete bolas, umas brancas e outras pretas.

    Considere a experiência que consiste em retirar, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa C_1 , colocá-las na caixa C_2 e, em seguida, retirar, também ao acaso, uma bola da caixa C_2

    Sejam A e B os acontecimentos:
    A : «As bolas retiradas da caixa C_1 têm a mesma cor.»
    B : «A bola retirada da caixa C_2 é branca.»
    Sabe-se que $P(B|\overline{A}) = \frac{2}{3}$

    Interprete o significado de $P(B|\overline{A})$ e indique, justificando, quantas bolas brancas e quantas bolas pretas existiam inicialmente na caixa C_2

    2017, Época especial, grupo II

39. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
    Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
    Sabe-se que:

    - $P(A) = \frac{2}{5}$
    - $P(B) = \frac{3}{10}$
    - $P(A|B) = \frac{1}{6}$

    Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) $\frac{4}{5}$ **(B)** $\frac{7}{10}$ **(C)** $\frac{13}{20}$ **(D)** $\frac{19}{30}$

2016, 1ª fase, grupo I

40. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

    Sabe-se que:

    - $P(A) = 0,2$
    - $P(B) = 0,3$
    - $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,6$

    Qual é o valor de $P(A|B)$?

    (A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{5}{6}$

    2016, 2ª fase, grupo I

41. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9

    Considere duas caixas, U e V Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V

    Realiza-se a seguinte experiência.

    Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V Sejam A e B os acontecimentos:

    A : «A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10»

    B : «O produto dos números das fichas retiradas é ímpar»

    Determine o valor de $P(B|A)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.

Na sua resposta:

– explique o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita;

– indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u,v), em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V

– indique os casos favoráveis;

– apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

2016, 2ª fase, grupo II

42. Uma pessoa lança um dado cúbico, com as faces numeradas de 1 a 6, e regista o número da face que ficou voltada para cima.
Uma outra pessoa lança um dado com a forma de um tetraedro regular, com as faces numeradas de 1 a 4, e regista o número da face que ficou voltada para baixo.
Admita que ambos os dados são equilibrados.
Qual é a probabilidade de, pelo menos, uma dessas pessoas registar o número 4?

(A) $\frac{3}{8}$ **(B)** $\frac{5}{8}$ **(C)** $\frac{5}{12}$ **(D)** $\frac{7}{12}$

2016, Época especial, grupo I

43. Um saco contém n bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n, sendo n um número par maior do que 3

43.1. Retiram-se, em simultâneo e ao acaso, três bolas do saco.
Escreva uma expressão, em função de n, que dê a probabilidade de, dessas três bolas, duas terem número par e uma ter número ímpar.
Não simplifique a expressão que escrever.

43.2. Admita agora que $n = 8$

Ao acaso, extraem-se sucessivamente duas bolas do saco (primeiro uma e depois outra) e observa-se o número de cada uma delas.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A primeira bola extraída tem número par.»

B : «A segunda bola extraída tem número par.»

Determine o valor de $P(A \cap B)$ no caso em que a extração é feita com reposição e no caso em que a extração é feita sem reposição.

Justifique a sua resposta, tendo em conta que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

Na sua resposta:

— interprete o significado de $P(A \cap B)$, no contexto da situação descrita;

— indique o valor de $P(B|A)$, no caso de a extração ser feita com reposição;

— indique o valor de $P(B|A)$, no caso de a extração ser feita sem reposição;

— apresente o valor de $P(A \cap B)$, em cada uma das situações (designe esse valor por a no caso de a extração ser feita com reposição e por b no caso de a extração ser feita sem reposição).

2016, Época especial, grupo II

44. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,4$
- $P(\overline{B}) = 0,7$

- $P(A \cup B) = 0,5$

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup \overline{B})$?

(A) $0,6$ **(B)** $0,7$ **(C)** $0,8$ **(D)** $0,9$

2015, 1ª fase, grupo I

45. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

45.1. Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:

- o número de homens é igual ao número de mulheres;
- 30% dos homens residem fora de Coimbra.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.
Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

45.2. Considere agora que a empresa tem oitenta funcionários.

Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa.
A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a

$$\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$$

Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada.
Na sua resposta:

- enuncie a regra de Laplace;
- explique o número de casos possíveis;
- explique o número de casos favoráveis.

2015, 1ª fase, grupo II

46. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradasde 1 a 9.

    As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas.

    Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.

    Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:

    A : «a bola retirada é preta»

    B : «o número da bola retirada é um número par»

    Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

    (A) $\frac{2}{5}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{3}{4}$

    2015, 2ª fase, grupo I

47. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

    Sabe-se que:

    - $P(A \cup B) = 0,7$
    - $P(B) = 0,4$
    - $P(A \cap B) = 0,2$

Qual é o valor de $P(B|A)$?

(A) $0,25$ **(B)** $0,3$ **(C)** $0,35$ **(D)** $0,4$

2015, Época especial, grupo I

48. Um saco contém nove bolas numeradas de 1 a 9, indistinguíveis ao tato.

Retiram-se, sucessivamente e ao acaso, três bolas do saco. As bolas são retiradas com reposição, isto é, repõe-se a primeira bola antes de se retirar a segunda e repõe-se a segunda bola antes de se retirar a terceira.

Qual é a probabilidade de o produto dos números das três bolas retiradas ser igual a 2 ?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2015, Época especial, grupo II