Exercícios de exames - Monotonia e Extremos relativos

1. Considere, para um certo valor de k real, a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^{x-1}-1} - e^{x-k} & se \quad x < 1 \\ x^2 - 3x - 2\ln x & se \quad x \geq 1 \end{cases}$$

   Estude, no intervalo $]1, +\infty[$, a função g quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

   2024, 1ª fase

2. Seja f a função, de domínio $]-2\pi, 2\pi[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{6x}}{3x} & se \quad -2\pi < x < 0 \\ \frac{4\cos x}{\sin x - 2} & se \quad 0 \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

   Estude, no intervalo $]0, 2\pi]$, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.
   Na sua resposta, apresente os intervalos de monotonia e os valores de x para os quais a função f tem extremos relativos.

   2024, Época especial

3. Considere a função f, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \frac{\ln x + 2x}{x}$$

   Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos e determine esses extremos, caso existam.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia da função f.

2023, 2ª fase

4. Considere a função g, de domínio $[0, \pi[$, definida por $g(x) = e^x \cos x$.

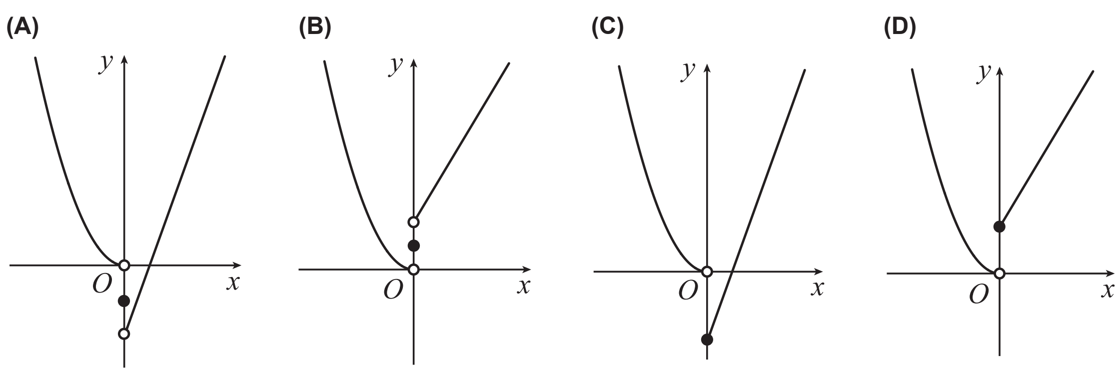
   Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Estude a função g quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine esses extremos, caso existam.

   Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia da função g.

2023, Época especial

5. Em qual das opções seguintes está representada graficamente, em referencial o.n. Oxy, uma função que tem um mínimo em $x = 0$?



2022, 2ª fase

6. Seja a um número real.

   Considere a função polinomial definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + a^2x + \sqrt{2}$.

   Mostre que, para qualquer valor de a, a função não tem extremos.

2022, 2ª fase

7. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2-x}}{2+x} & se \quad x < -2 \ \vee \ x \geq 2 \\ \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} & se \quad -2 < x < 2 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, no intervalo $]-\infty, -2[$, e determine esses extremos, caso existam.
Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2022, 1ª fase

8. Seja f a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} -x^2(1+2\ln x) & se \quad 0 < x \leq 1 \\ \frac{5-5e^{x-1}}{x^2+3x+4} & se \quad x > 1 \end{cases}$$

Estude, no intervalo $]0, 1[$, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.
Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2021, 1ª fase

9. Seja h a função, de domínio $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por $h(x) = \sin x + \cos^2 x$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função h quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2021, 2ªfase

10. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} x - 2 + \ln(3 - 2x) & x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{1-x^2} + k & x > 1 \end{cases} \qquad (k \text{ é um número real})$$

Estude, no intervalo $]-\infty, 1[$, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2021, Época especial

11. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\sin x}{1-e^x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 \ln x & x > 0 \end{cases}$$

Estude a função g quanto à monotonia em $]0, +\infty[$ e determine, caso existam, os extremos relativos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2020, 1ª fase

12. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

Estude a função g quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

2019, 1ª fase, caderno 2

13. Considere a função f, definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{\sin x}{2+\cos x}$

Estude a função f quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

2019, Época especial, caderno 2

14. Seja g a função, de domínio $]-\infty, \pi]$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{4x} & se \ x < 0 \\ \frac{1}{2-\sin(2x)} & se \ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Estude a função g quanto à monotonia no intervalo $]0, \pi]$ e determine, caso existam, os extremos relativos.

2018, 1ª fase, caderno 2

15. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Para um certo número real k, a função g, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = \frac{k}{x} + f(x)$, tem um extremo relativo para $x = 1$

Determine esse número k

2017, 2ª fase, grupo II

16. Seja f a função, de domínio $]-\frac{\pi}{2},+\infty[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2+\sin x}{\cos x} & se\ \ -\frac{\pi}{2}<x\leq 0\\ x-\ln x & se\ \ x>0\end{cases}$$

Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, no intervalo $]-\frac{\pi}{2},0[$

2016, 2ª fase, grupo II

17. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}_0^+$, definida por $f(x)=x^2e^{1-x}$

Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

2015, Época especial, grupo II