

Exercícios de exames - Equações e inequações (exponenciais e logarítmicas)

1. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine o conjunto dos números reais que verificam a condição $\ln^2 x - \ln x - 2 < 0$. Apresente a sua resposta na forma de intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.

2024, 1^afase

2. Na Figura 1, estão representados, em referencial o.n. Oxy , parte do gráfico da função f , de domínio \mathbb{R}^+ , $f(x) = \log_{2a} x$, com $a > 1$, e o trapézio $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem ao eixo Ox e têm abcissas a e $a + 4$, respetivamente;
- os pontos D e C pertencem ao gráfico de f e têm abcissas a e $a + 4$, respetivamente.

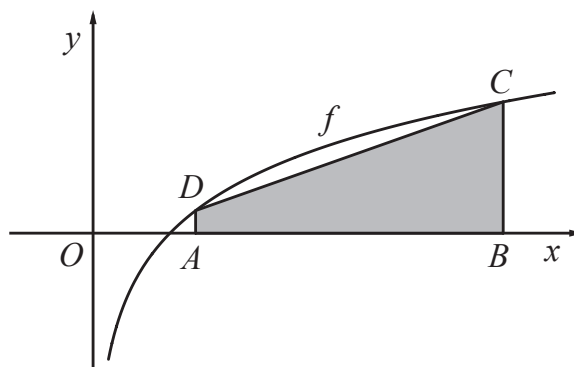


Figura 1

Determine o valor de a para o qual a área do trapézio $[ABCD]$ é igual a 4.

2024, 2^afase

3. Resolva, em \mathbb{R} , sem recorrer à calculadora, a equação

$$\frac{1}{2} \log_2 x - \log_2 \sqrt{x+1} = -1$$

2024, Época especial

4. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{4x-4}{e^{x-1}-1} & x < 1 \\ 7 \times 3^{x-1} - 3 & x \geq 1 \end{cases}$$

Resolva, no intervalo $[1, +\infty[$, a equação $\log_3 (g(x)) = x + \log_3 2$.

2023, 1^afase

5. Seja f uma função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = a + e^{bx}$, em que a e b são números reais.

Sabendo que o gráfico da função f contém os pontos de coordenadas $(1, 5)$ e $(2, 7)$, determine os valores de a e de b .

2023, 2^afase

6. Resolva, em \mathbb{R} , a equação:

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{3}$$

2023, Época especial

7. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine os números reais que são solução da equação

$$(e^x - 1) \ln(5 - 2x) + e^x \ln(3 - x) = \ln(3 - x)$$

2022, 1^afase

8. Determine, sem recorrer à calculadora, o conjunto dos números reais que são solução da equação

$$\frac{1}{2} \log_2(9x + 1) = \log_2(6x)$$

2022, Época especial

9. Determine, sem recorrer à calculadora, os números reais que são solução da equação

$$\ln((1 - x)e^{x-1}) = x$$

2021, 1^afase

10. Determine, sem recorrer à calculadora, os números reais que são solução da equação

$$x \ln(1 - x) - \ln(1 - x) = (1 - x) \ln(3 - 2x)$$

2021, 2^afase

11. Determine, sem recorrer à calculadora, o conjunto dos números reais que verificam a condição

$$e^{-x}(4 + e^{2x}) \geq 5 \quad \wedge \quad -2 \leq x \leq 2$$

Apresente a sua resposta na forma de intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.

2021, Época especial

12. Seja f a função definida em $] - \infty, 2[$ por $f(x) = x + \ln(e^x + 1)$

A equação $f(x) = 2x + 1$ tem uma única solução.

Determine essa solução e apresente-a na forma $-\ln k$, com $k > 0$

2020, 1^afase