Exercícios de exames - Continuidade de uma função num ponto

1. Considere, para um certo valor de k real, a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^{x-1}-1} - e^{x-k} & se \quad x < 1 \\ x^2 - 3x - 2\ln x & se \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Sabe-se que a função g é contínua em $x = 1$.

Determine o valor de k.

2024, 1ª fase

2. Seja f uma função contínua, de domínio , com $f(0) = 2$, e seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}$, definida, para um certo valor de k real, por

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & se \quad x \geq 0 \\ \frac{e^{-k}(e^x-1)}{-x^2+2x} & se \quad x < 0 \end{cases}$$

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de k, sabendo que a função g é contínua em $x = 0$.

2024, 2ª fase

3. Seja f a função, de domínio $]-2\pi, 2\pi[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{6x}}{3x} & se \quad -2\pi < x < 0 \\ \frac{4\cos x}{\sin x - 2} & se \quad 0 \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 0$.

2024, Época especial

4. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{4x-4}{e^{x-1}-1} & se \quad x < 1 \\ 7 \times 3^{x-1} - 3 & se \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Averigue se a função g é contínua em $x = 1$.

2023, 1ª fase

5. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2-x}}{2+x} & se \quad x < -2 \ \vee \ x \geq 2 \\ \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} & se \quad -2 < x < 2 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 2$.

2022, 1ª fase

6. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & se \quad x < 0 \\ \ln\sqrt{e+x} & se \quad x \geq 0 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 0$.

2022, 2ª fase

7. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{e^{5x}-1} & se \quad x \neq 0 \\ \frac{3}{5} & se \quad x = 0 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função f é contínua em $x = 0$.

2022, Época especial

8. Seja f a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2(1 + 2\ln x) & se \quad 0 < x \leq 1 \\ \frac{5-5e^{x-1}}{x^2+3x-4} & se \quad x > 1 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 1$

2021, 1ª fase

9. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, para um certo número real k, a função g, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x}{x^2-x} + k & x < 0 \\ 2 + x\ln x & x > 0 \end{cases}$$

Sabe-se que existe $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$

Determine o valor de k.

2021, 2ª fase

10. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + \ln(3 - 2x) & x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{1-x^2} + k & x > 1 \end{cases} \qquad (k \text{ é um número real})$$

Determine k, sabendo que a função f é contínua em $x = 1$.

2021, Época especial

11. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\sin x}{1-e^x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 \ln x & x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função g é contínua em $x = 0$.

2020, 1ª fase

12. Seja h a função, de domínio $]-\infty, 4[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x}-1}{\sin(x-1)} & 1 < x < 4 \end{cases}$$

Averigue se a função h é contínua em $x = 1$.

2020, 2ª fase

13. Para um certo número real k , seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{k-kx} & x < 1 \\ x^8 - 10 + 8\ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

Sabe-se que g é contínua no ponto 1

Qual é o valor de k ?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{7}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** $\frac{1}{9}$

2020, Época especial

14. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{x}{x-\ln x} & x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua no ponto 0.

Justifique a sua resposta.

2019, 1ª fase, caderno 2

15. Para um certo número real k , é contínua em $\mathbb{R}$ a função f, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 k & se\ x = 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & se\ x \neq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 5 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 9

2019, 2ª fase, caderno 1

16. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+x-2} & se\ x > 1 \\ k & se\ x \leq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

2019, Época especial, caderno 1

17. Seja g a função, de domínio $]-\infty, \pi]$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{4x} & se\ x < 0 \\ \frac{1}{2-\sin(2x)} & se\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Averigue se a função g é contínua no ponto 0.

Justifique a sua resposta.

2018, 1ª fase, caderno 2

18. Seja h a função, de domínio $[-\frac{\pi}{3}, +\infty[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{\sin(x^2)} & se\ -\frac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \frac{e^x}{x+1} & se\ x \geq 0 \end{cases}$$

Mostre que a função h é contínua no ponto 0.

2018, Época especial, caderno 2

19. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & se\ x < 1 \\ 2 & se\ x = 1 \\ 3 + \frac{\sin(x-1)}{1-x} & se\ x > 1 \end{cases}$$

Estude a função g quanto à continuidade no ponto 1

2017, 1ª fase, grupo II

20. Seja f a função, de domínio $]1-\pi,+\infty[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2x-2}{\sin(x-1)} & se\ \ 1-\pi<x<1\\ 2 & se\ \ x=1\\ e^{-2x+4}+\ln(x-1) & se\ \ x>1\end{cases}$$

Indique, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou é falsa.

«A função f é contínua à esquerda no ponto 1, mas não é contínua à direita nesse ponto.»

2017, Época especial, grupo II

21. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sin(3x+3)}{4x+4} & se\ \ x\neq-1\\ k+2 & se\ \ x=-1\end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) $-\frac{5}{3}$ **(B)** $-\frac{5}{4}$ **(C)** $\frac{5}{4}$ **(D)** $\frac{5}{3}$

2016, Época especial, grupo I

22. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f, definida por

$$f(x)=\begin{cases}2+e^{x+k} & se\ \ x\leq 0\\ \frac{2x+\ln(x+1)}{x} & se\ \ x>0\end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 0

(B) 1

(C) $\ln 2$

(D) $\ln 3$

2015, 2ª fase, grupo I