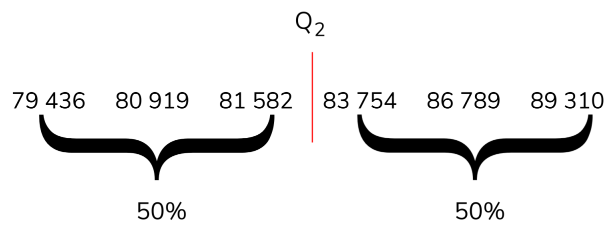
Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2024

1. Vamos organizar os dados por ordem crescente:



Observando a figura acima concluímos que a mediana (2º quartil) é igual à média aritmética entre os números 81582 e 83754:

$$Q_2 = \frac{81582+83754}{2} = 82668$$

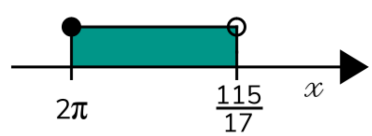
Opção(C)

2. Uma dízima infinita periódica pode ser representada por uma fração (de números inteiros) que pertence ao conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$.

$-\frac{\sqrt{49}}{51} = -\frac{7}{51}$

Opção(A)

3. Vamos representar o intervalo na reta real:



Recorrendo à máquina de calcular sabemos que:

$2\pi \approx 6,283$

$\frac{115}{17} \approx 6,765$

$\frac{1257}{200} = 6,285 \in \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$

$\sqrt{45} \approx 6,708 \in \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$

$676 \times 10^{-2} = 6,76 \in \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$

$\frac{203}{30} = 6,7(6) > \frac{115}{17}$

O número que não pertence ao intervalo $\left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$ é $\frac{203}{30}$.

Opção(D)

4. Cada termo da sequência dos quadrados cinzentos, com exceção do primeiro, obtém-se adicionando 2 unidades ao termo anterior, logo a expressão geradora desta sequência é igual a $2n$+?.

   Quando $n = 1$, o primeiro termo da sequência dos quadrados cinzentos é igual a 0, desta forma conseguimos determinar o "?":

$$2 \times 1 + ? = 0 \Leftrightarrow ? = -2$$

   A expressão geradora da sequência dos quadrados cinzentos é igual a $2n - 2$.

   Assim temos a expressão geradora da sequência dos quadrados brancos, que é igual à diferença entre 100 e a expressão geradora da sequência dos quadrados cinzentos:

$$100 - (2n - 2) = 100 - 2n + 2 = 102 - 2n$$

   Vamos calcular a ordem do termo da sequência que tem exatamente 26 quadrados brancos:

   $102 - 2n = 26 \Leftrightarrow 102 - 26 = 2n \Leftrightarrow 76 = 2n \Leftrightarrow n = 38$

   A ordem do termo que tem exatamente 26 quadrados brancos é 38.

5.

$\frac{2}{5}\left(-x - \frac{5}{3}\right) + 1 \geq \frac{x+4}{3}$	1
$-1 \geq \frac{11x}{15}$	4
$x \leq -\frac{15}{11}$	6

$\frac{1}{3} - \frac{4}{3} \geq \frac{2x}{5} + \frac{x}{3}$ 3

$-\frac{2x}{5} - \frac{2}{3} + 1 \geq \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$ 2

$\frac{11x}{15} \leq -1$ 5

$S = \left] -\infty, -\frac{15}{11} \right]$ 7

6. Vamos começar por calcular o volume da pirâmide $[ABCDV]$:

$$V_{[ABCDV]} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{1{,}2 \times 1 \times 11{,}5}{3} = 4,6 \text{ m}^3$$

Agora vamos determinar o volume da pirâmide $[EFGHV]$ com $11,5-2,3 = 9,2$ metros de altura:

$$V_{[EFGHV]} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{0{,}96 \times 0{,}8 \times 9{,}2}{3} = 2,3552 \text{ m}^3$$

O volume do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, em metros cúbicos arredondado às unidades é igual a:

$V_{[ABCDEFGH]} = V_{[ABCDV]} - V_{[EFGHV]} = 4,6 - 2,3552 = 2,2448 \approx 2 \text{ m}^3$

7. Resolvendo a equação:

$2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = \frac{5}{2}$

$S = \left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

Opção(B)

8. O triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, usando a definição de cosseno vem que:

$\cos(A\hat{C}B) = \frac{c.oposto}{hipotenusa} \Leftrightarrow \cos(A\hat{C}B) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos(11^o) = \frac{960}{\overline{AC}} \Leftrightarrow 0,982 = \frac{960}{\overline{AC}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{960}{0{,}982} \Leftrightarrow \overline{AC} \approx 978 \text{ cm}$

9. Nas eleições do dia 25 de abril de 1975, estavam inscritos $6,22$ milhões de eleitores, o que corresponde a 6 220 000 eleitores.

Vamos determinar o número de eleitores que não votaram nas eleições de 25 de abril de 1975, ou seja, 8 % de 6 220 000:

$$0,08 \times 6\,220\,000 = 497\,600$$

Agora basta escrever em notação científica:

$497\,600 = 4,976 \times 10^5$

Nas eleições do dia 25 de abril de 1975 não votaram $4,976 \times 10^5$ eleitores.

10. O ponto A tem coordenadas $(x,3)$ e pertence à função f por isso conseguimos determinar a sua abcissa:

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$$

Assim, as coordenadas do ponto A são $(-3,3)$ e o ponto B como tem abcissa simétrica ao ponto A tem coordenadas $(3,3)$.

O ponto B pertence à função g, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 3 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 3 \times 3 \Leftrightarrow a = 9$$

A expressão algébrica da função g é $g(x) = \frac{9}{x}$.

Opção(A)

11. O gráfico A não representa a função f porque, no final do concerto, a Mariana não regressou à casa da Rita pelo mesmo caminho.

O gráfico B não representa a função f porque na ida para o local do concerto, a Mariana não parou em casa da Rita.

12. Pela observação da figura sabemos que:

$\overline{AE} = x + 3$

$\overline{EF} = x - 3$

Calculando a área do retângulo [AEFG]:

$A_{[AEFG]} = (x-3)(x+3) = x^2 - 9$

Opção(C)

13. Pelo critério AA os triângulos $[EDC]$ e $[ABC]$ são semelhantes:

- $C\hat{D}E = C\hat{B}A$, porque são ângulos retos;
- $E\hat{C}D = A\hat{C}B$, pois são o mesmo ângulo.

Como os triângulos $[EDC]$ e $[ABC]$ são semelhantes sabemos que os seus lados correspondentes são diretamente proporcionais:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EC}} \Leftrightarrow \frac{21}{6} = \frac{\overline{AC}}{a} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{21a}{6} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{7a}{2} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{7}{2}a$$

Opção(D)

14. Dos 400 alunos da escola sabemos que 125 participaram na palestra «50 Anos de Democracia», por isso, selecionando, ao acaso, ao acaso, um aluno desta escola:

$$P(\text{"Ter participado na palestra «50 Anos de Democracia»"}) = \frac{125}{400} = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$$

Opção(B)

15. O número de alunos que gostariam de visitar ambos os Museus é igual a:

$$(50 + 80 + 10) - 120 = 20$$

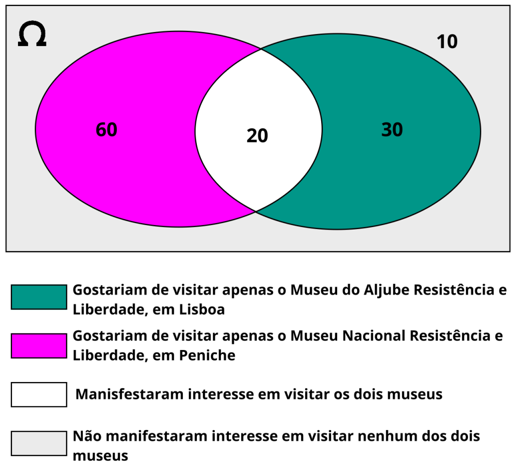
O número de alunos que gostariam de visitar apenas o Museu do Aljube Resistência e Liberdade, em Lisboa é igual a:

$$50 - 20 = 30$$

O número de alunos que gostariam de visitar apenas o Museu Nacional Resistência e Liberdade, em Peniche, é igual a:

$$80 - 20 = 60$$

Vamos organizar os dados num diagrama de Venn:



Usando a Regra de Laplace, a probabilidade de de o aluno selecionado ter respondido que gostaria de visitar ambos os museus é:

P("ter respondido que gostaria de visitar ambos os museus")=

$= \frac{nr\ \ de\ \ casos\ \ favoráveis}{nr\ \ de\ \ casos\ \ \ possíveis} = \frac{20}{120} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

16.

16.1. $B\hat{A}D$ é o ângulo inscrito relativo ao arco BD, por isso vem que:

$$B\hat{A}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} \Leftrightarrow 80 = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} \Leftrightarrow \overset{\frown}{BD} = 160^o$$

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180^o, assim conseguimos determinar $D\hat{O}E$:

$$O\hat{E}D + E\hat{D}O + D\hat{O}E = 180 \Leftrightarrow 30 + 90 + D\hat{O}E = 180 \Leftrightarrow D\hat{O}E = 60^o$$

Os ângulos $D\hat{O}E$ e $D\hat{O}C$ sao suplementares, ou seja, a sua soma é igual a 180^o, logo temos que:

$$D\hat{O}C = 180 - D\hat{O}E = 180 - 60 = 120^o$$

Como $D\hat{O}C$ é um ângulo ao centro então $\overset{\frown}{DC} = 120^o$.

A amplitude, em graus, do arco BC é igual a:

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{DC} = 160 - 120 = 40^o$$

16.2. O triângulo $[EDO]$ é retângulo em D, usando o teorema de pitágoras vem que:

$$\overline{EO}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{DO}^2 \;\Leftrightarrow\; 12^2 = \overline{DE}^2 + 6^2 \;\Leftrightarrow\; \overline{DE}^2 = 144 - 36 \;\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\; \overline{DE} = \pm\sqrt{108} \;\Leftrightarrow\; \overline{DE} \approx 10,4 \quad (\overline{DE} > 0)$$

17.

(A) Em 1976, foram eleitas 15 mulheres deputadas.

Basta contarmos os • que representam o número de mulheres deputadas eleitas em 1976. Afirmação verdadeira.

(B) Em 2022, o número de partidos que elegeram deputados duplicou, face a 1976.

Em 1976, 5 partidos elegeram deputados enquanto que em 2022 foram 8 partidos que elegeram deputados. 8 não é o dobro de 5, logo esta afirmação é falsa.

(C) Em 2022, houve um partido político que elegeu o mesmo número de homens e de mulheres deputados.

Em 2022, o PCP elegeu para deputados 3 homens e 3 mulheres.
Afirmação verdadeira.

(D) Em 2022, o número de partidos políticos que concorreram às eleições aumentou, aproximadamente, 57%, face às eleições de 1976.

Em 1976, concorreram 14 partidos políticos enquanto que em 2022 concorreram 22 partidos.

Calculando 57 % de 14: $0,57 \times 14 = 7,98$.

Ou seja, face às eleições de 1976, houve um aumento de aproximadamente 8 partidos: $14 + 7.98 \approx 22$.

Afirmação verdadeira.

(E) Em 1976 e em 2022, metade dos partidos políticos concorrentes elegeram deputados para a Assembleia da República.

Em 1976, dos 14 partidos políticos concorrentes, apenas 5 elegeram deputados o que não corresponde a metade de 14. Afirmação falsa.

As três afirmações verdadeiras são **(A)**, **(C)** e **(D)**.