Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2015

Caderno 1

1. O valor médio das temperaturas registadas é:

$$\tilde{x} = \frac{19\times4+20\times3+23\times3+24\times3+25\times7}{20} = 22,6$$

Opção(B)

2.

2.1. Vamos começar por determinar o raio do semicírculo de diâmetro $\overline{AD}$ usando a definição de :

$$\sin(B\hat{A}O) = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} \Leftrightarrow \sin 25^o = \frac{1}{\overline{AO}} \Leftrightarrow \overline{AO} \approx \frac{1}{0,423} \Leftrightarrow \overline{AO} \approx 2,364$$

$$A_{semicírculo} = \frac{\pi(\overline{AO})^2}{2} \Leftrightarrow A_{semicírculo} \approx \frac{\pi\times(2,364)^2}{2} \Leftrightarrow A_{semicírculo} \approx 8,8 \text{ cm}^2$$

2.2. O ângulo CÂD é o ângulo inscrito relativo ao arco $\overset{\frown}{CD}$,ou seja, o valor do ângulo CÂD é igual a metade da amplitude do seu arco correspondente:

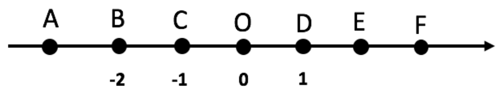
$$C\hat{A}D = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} \Leftrightarrow 25 = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} \Leftrightarrow \overset{\frown}{CD} = 2\times 25 \Leftrightarrow \overset{\frown}{CD} = 50^o$$

De acordo com a figura $\overset{\frown}{AD}$ é o arco da semicircunferência, logo $\overset{\frown}{AD} = 180^o$

Assim temos que $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{CD} = 180 - 50 = 130^o$

3. Recorrendo à calculadora $\sqrt{7} - \sqrt{17} \approx -1,5$, ou seja, $-2 < \sqrt{7} - \sqrt{17} < -1$

Como a distância entre cada dois pontos consecutivos é uma unidade:



Assim o ponto que representa o número $\sqrt{7}-\sqrt{17}$ está entre os pontos B e C, isto é, pertance ao segmento [BC].

Opção(B)

4. $\frac{2015}{4} = 503,75 = 5,0375 \times 10^2$

5. A função f é uma função de proporcionalidade inversa, logo a expressão alébrica da função f é da forma $f(x) = \frac{k}{x}$, $\quad k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

   Como o ponto (2;5) pertence ao gráfico de f podemos calcular a constante de proporcionalida inversa k:

$$f(x) = \frac{k}{x} \;\Leftrightarrow\; 5 = \frac{k}{2} \;\Leftrightarrow\; k = 10$$

   Assim a expressão alébrica da função f é $f(x) = \frac{10}{x}$

   A ordenada do ponto do gráfico de f que tem abcissa 3,2 é igual a $f(3,2) = \frac{10}{3,2} = 3,125$

6.

   6.1. O sólido é composto por 3 prismas quadrangulares em que 2 deles têm altura igual a e o outro tem altura igual a $\frac{2}{3} \times \overline{DE} = \frac{2}{3} \times 9 = 6$ cm. Como as bases dos 3 prismas quadrangulares são iguais entre si, a área da base de cada prisma é igual a s.

   O volume do sólido total é igual à soma dos volumes dos 3 prismas quadrangulares:

   $V_{sólido} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[LKNMHGJI]} + V_{[PQROIJTS]} \;\Leftrightarrow\; 248 = s \times 9 + s \times 6 + s \times 9$
   $\Leftrightarrow\; 248 = 24s \;\Leftrightarrow\; s = \frac{248}{24} \;\Leftrightarrow\; s \approx 10,3 \text{ cm}^2$

   6.2. Por exemplo, a reta EH.

Caderno 2

7.

7.1. Usando a Regra de Laplace e sabendo que existem 4 cartões (4 casos possíveis) em que apenas um deles tem o número 8, a probabilidade de não sair o número 8 é:

P("Não sair o número oito")$= 1-P$("Sair o número oito")$= 1-\frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis} = 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

7.2. Vamos construir uma tabela de dupla entrada:

$\times$	2	5	7	8
2	-	10	14	16
5	10	-	35	40
7	14	35	-	56
8	16	40	56	-

Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis em retirar, simultaneamente e ao acaso, dois cartões do saco.

nº de casos favoráveis = nº de entradas da tabela em que o produto obtido é um número ímpar= 2

nº de casos possíveis = nº total de entradas da tabela = 16 - 4=12

P("Produto obtido ser um número ímpar")$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

8. Recorrendo às regras operatórias de potências temos:

$(2^{10})^{-2}\times 2^{20}+3^{-1} = 2^{10\times -2}\times 2^{20}+3^{-1} = 2^{-20}\times 2^{20}+3^{-1} = 2^{-20+20}+3^{-1} = 2^{0}+3^{-1}=1+3^{-1}=1+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

9. $\frac{x^2+3}{4}+\frac{x-7}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2+3}{4}+\frac{2x-14}{4}=\frac{4}{4} \Leftrightarrow x^2+3+2x-14=4 \Leftrightarrow x^2+2x-15=0$

$a=1 \qquad b=2 \qquad c=-15$

Usando a fórmula resolvente temos:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4\times1\times(-15)}}{2\times1} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{-2\pm\sqrt{64}}{2} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{-2+8}{2} \vee x = \frac{-2-8}{2}$
$\Leftrightarrow\; x = 3 \vee x = -5$

C.S.$= \{-5, 3\}$

10. $-3x \geq 6 \;\Leftrightarrow\; x \leq \frac{6}{-3} \;\Leftrightarrow\; x \leq -2$

C.S.$=]-\infty, -2]$

Opção(A)

11. Seja x o preço, em euros, de cada mosaico quadrado e y o preço, em euros, de cada mosaico octogonal.

A figura 6 é composta por 5 mosaicos quadrados e 4 mosaicos octogonais e tem um custo de 30 euros o que corresponde à equação:

$$5x + 4y = 30$$

A figura 7 é composta por 4 mosaicos quadrados e 5 mosaicos octogonais e tem um custo de 33 euros o que corresponde à equação:

$$4x + 5y = 33$$

Assim, um sistema de equações que permita determinar o preço, em euros, de cada tipo de mosaico pode ser:

$$\begin{cases} 5x + 4y = 30 \\ 4x + 5y = 33 \end{cases}$$

12.

12.1. De acordo com a figura sabemos que a reta AB tem declive negativo e interseta o eixo y no ponto B(0,2), ou seja, a sua ordenada na origem é igual a 2.

Opção(C)

12.2. Como a função f é definida por $f(x) = x^2$, a função g, cujo gráfico é simétrico do gráfico da função f relativamente ao eixo Ox, tem expressão algébrica $g(x) = -x^2$.

Logo, $f(\sqrt{3}) + g(2) = (\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3 - 4 = -1$

13. Observando as figuras podemos afirmar que o diâmetro da roda gigante, em metros, é igual à diferença entre a distância da cadeira nº1 ao chão, no ponto mais alto e no ponto mais baixo, ou seja:

    Diâmetro$= 10 - 2 = 8$ m

    Opção(C)

14. Pela observação da figura temos que:

    $A_{região\ sombreada} = A_{[ABCD]} - A_{[AEFG]} = (\overline{BC})^2 - (\overline{AE})^2 = (a+1)^2 - (a-1)^2 = a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1) = a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1 = 4a$ cm^2

15.

    15.1. Como [ABC] é um triângulo retângulo em A, podemos usar ao Teorema de Pitágoras:

    $(\overline{AB})^2 + (\overline{AC})^2 = (\overline{BC})^2 \Leftrightarrow 6^2+9^2 = (\overline{BC})^2 \Leftrightarrow 117 = (\overline{BC})^2 \Leftrightarrow (\overline{BC}) = \pm\sqrt{117} \Leftrightarrow (\overline{BC}) = \sqrt{117}\ , \quad \overline{BC} > 0$

    Opção(B)

    15.2. De acordo com a figura, relativamente aos triângulos [ABC] e [FBE] temos que:

    $$A\hat{B}C = F\hat{B}E \quad \text{e} \quad B\hat{A}C = B\hat{F}E$$

    Pelo critério AA podemos afirmar que os triângulos [ABC] e [FBE] são semelhantes.

    15.3. Como os triângulos [ABC] e [FBE] são semelhantes, então os seus lados são proporcionais:

    $$\frac{\overline{AB}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{FE}} \Leftrightarrow \frac{6}{4} = \frac{9}{\overline{FE}} \Leftrightarrow \overline{FE} = \frac{9\times4}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = 6 \text{ cm}$$

    $\overline{AF} = \overline{AB} - \overline{FB} = 6 - 4 = 2$ cm

    $P_{[AFED]} = 2\overline{AF} + 2\overline{FE} = 2\times6 + 2\times2 = 16$ cm