

Exercícios de provas finais - Volume

1. A Figura 1 é uma fotografia da «Casa invertida», situada na ilha de S. Miguel, nos Açores.

Na Figura 2, está representado um modelo geométrico dessa casa. Este modelo representa um sólido que pode ser decomposto no prisma triangular $[ABCDEF]$ e no paralelepípedo reto $[BCEFGHIJ]$.



Figura 1

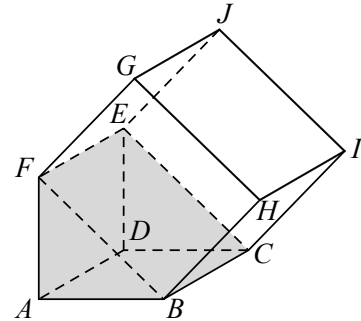


Figura 2

Relativamente ao sólido representado no modelo, sabe-se que:

- a área do retângulo $[GHIJ]$ é $25,8 \text{ m}^2$;
- $\overline{BH} = 4 \text{ m}$;
- o volume total do sólido é $134,1 \text{ m}^3$.

O modelo não está desenhado à escala.

Calcula o volume do prisma triangular $[ABCDEF]$.

Apresenta o resultado em metros cúbicos.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2023, 1ª fase

2. A Figura 3 é uma fotografia de uma garrafa desenhada pelo arquiteto Siza Vieira para promover o consumo de água da torneira, em Lisboa.

Na Figura 4, está representado um modelo geométrico da parte inferior dessa garrafa.



Figura 3

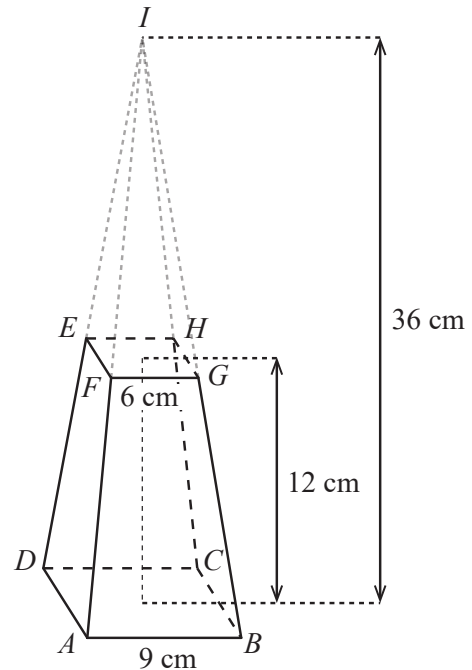


Figura 4

Relativamente à Figura 4, sabe-se que:

- $[ABCDI]$ é uma pirâmide reta de base quadrada;
- $[ABCDEFGH]$ é um tronco de pirâmide de bases quadradas;
- a altura da pirâmide $[ABCDI]$ é 36 cm e a altura do tronco de pirâmide é 12 cm;
- $\overline{AB} = 9$ cm e $\overline{FG} = 6$ cm;

O modelo não está desenhado à escala.

Determina o volume do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, representado na Figura 4.

Apresenta o resultado em centímetros cúbicos.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2022, 1ª fase, caderno 1

3. A Figura 5 é uma fotografia de um obelisco de granito maciço, obra do escultor vimaranense Dinis Ribeiro, que foi construído para homenagear a comunidade educativa da freguesia de Ponte, em Guimarães.

Na Figura 6, está representado um modelo geométrico do obelisco. Este modelo é constituído por um prisma quadrangular reto $[ABCDEFGH]$ e por um tronco de pirâmide $[JKLMNOP]$ de bases quadradas.

Sabe-se que:

- o prisma $[ABCDEFGH]$ tem bases quadradas com 1,4 metros de aresta e tem 1,8 metros de altura;
- o tronco de pirâmide $[JKLMNOP]$ tem 4,5 metros de altura e é o tronco de uma pirâmide reta com 18 metros de altura;
- $\overline{NO} = 0,9$ m;
- $\overline{IJ} = 1,2$ m;

O modelo geométrico não está desenhado à escala.



Figura 5

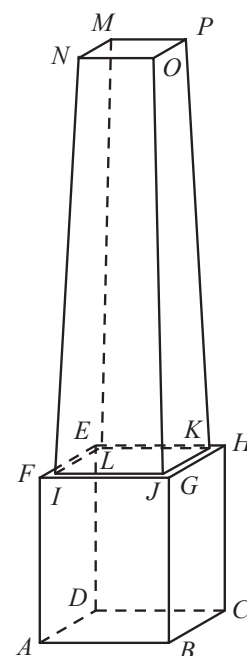


Figura 6

Determina o volume do obelisco cujo modelo geométrico está representado na Figura 6.

Apresenta o resultado em metros cúbicos, arredondado às unidades.

Nos cálculos intermédios não deves proceder a arredondamentos.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2021, 1ª fase, caderno 1

4. Os contentores de recolha seletiva de lixo de uma praia vão ser substituídos. O contentor atual tem a forma de um sólido que pode ser decomposto num cilindro e numa semiesfera com o mesmo raio, como se representa na Figura 7.

O futuro contentor terá a forma de um prisma reto de bases quadradas, como também se representa na Figura 7.

Relativamente ao contentor atual, sabe-se que:

- a altura do cilindro é 7,6 dm;
- o raio da base do cilindro é 2,4 dm.

O futuro contentor terá o mesmo volume e a mesma altura do contentor atual.

Determina a medida da aresta da base do futuro contentor.

Apresenta o resultado em decímetros, arredondado às décimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2019, 1ª fase, caderno 1

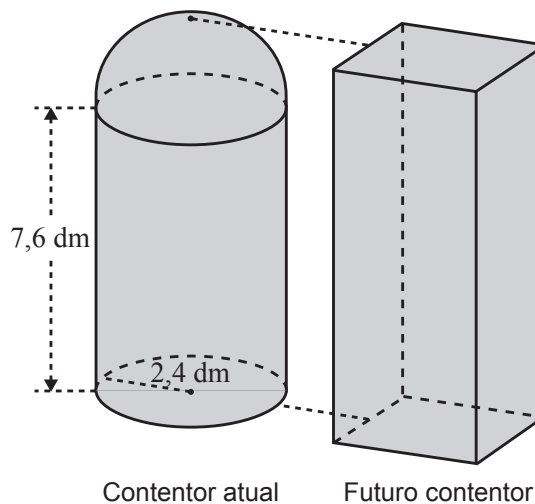


Figura 7

5. Uma cisterna tem a forma de um sólido que pode ser decomposto num cilindro e em duas semiesferas, como se vê na Figura 8.

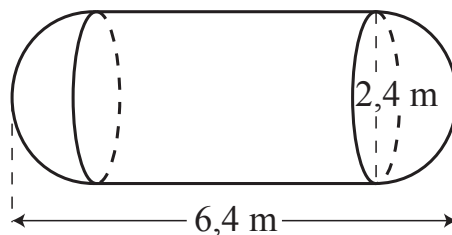


Figura 8

De acordo com a figura:

- o comprimento da cisterna é 6,4 m;
- o diâmetro da base do cilindro é 2,4 m;
- as bases do cilindro e as semiesferas têm o mesmo diâmetro.

A figura não está desenhada à escala.

Determina o volume da cisterna.

Apresenta o resultado em m^3 , arredondado às décimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2019, 2ª fase, caderno 1

6. No telhado de uma casa, existe um painel solar incorporado numa peça metálica.

O painel e a peça, em conjunto, têm a forma de um prisma triangular reto cujas bases são triângulos retângulos. Na Figura 9, está representado o prisma triangular reto $[ABCDEF]$, modelo da peça metálica.

Os segmentos de reta $[EF]$ e $[AB]$ são perpendiculares aos segmentos de reta $[DF]$ e $[BC]$, respetivamente.

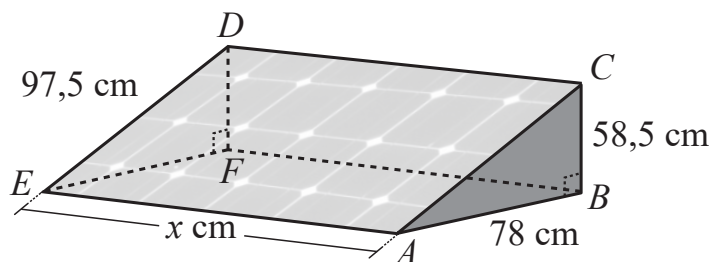


Figura 9

A figura não está desenhada à escala.

Na Figura 9, o painel solar está representado pelo retângulo $[ACDE]$.

As medidas da peça metálica são as indicadas na figura:

$\overline{AB} = 78$ cm, $\overline{BC} = 58,5$ cm, $\overline{DE} = 97,5$ cm e $\overline{AE} = x$ cm ($x > 0$).

Admite que o volume do prisma $[ABCDEF]$ é $445\,000$ cm^3 .

Determina a área do painel solar.

Apresenta o resultado em cm^2 , arredondado às unidades.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas

casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2019, Época especial, caderno 1

7. Na Figura 10, está representado o prisma reto $[STUVWXYZ]$, que é o esquema da secção inclinada de uma cama articulada. As bases do prisma são trapézios.

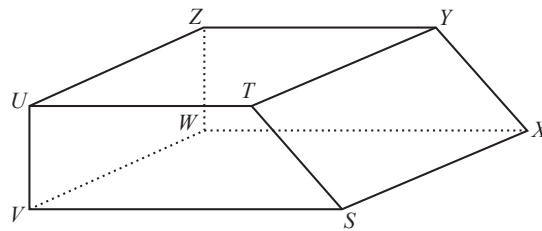


Figura 10

Relativamente ao prisma, sabe-se que:

- $[STUV]$ é um trapézio de bases $[VS]$ e $[UT]$, retângulo no vértice V ;
- $[SXWV]$ é um quadrado cujos lados têm 15 cm de comprimento;
- $\overline{UV} = 7$ cm.

Admite que o volume do prisma $[STUVWXYZ]$ é 1250 cm^3 .

Determina \overline{UT} .

Apresenta o valor pedido em centímetros, arredondado às décimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2018, 1ª fase, caderno 1

8. A Casa das Histórias Paula Rego é um museu de arte localizado em Cascais. Na Figura 12, representa-se, em esquema, uma das partes desse edifício.

No esquema, estão representados o prisma reto de bases quadradas $[ABCDEFGH]$ e o tronco de pirâmide $[EFGHIJKL]$, da pirâmide reta de base quadrada $[EFGHV]$. As faces $[EFGH]$ e $[IJKL]$, do tronco de pirâmide, são paralelas.

Relativamente ao esquema, admite que:



Figura 11

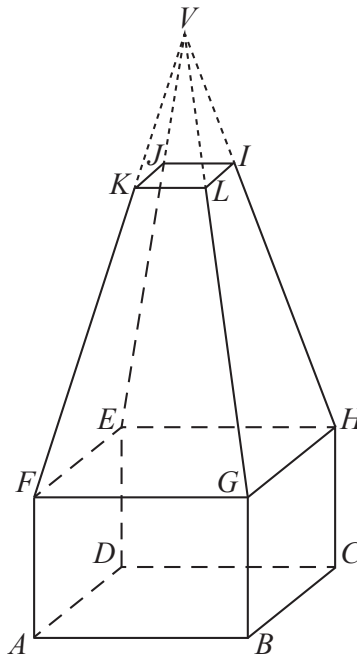


Figura 12

- $\overline{BC} = 9$ cm, $\overline{CH} = 6$ cm e $\overline{KL} = 3$ cm;
- a altura da pirâmide [EFGHV] é 24 cm;
- a distância entre os planos EFG e JKLI é 16 cm.

Determina o volume do tronco de pirâmide [EFGHIJKL].
Apresenta o resultado em cm^3 .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2018, 2ª fase, caderno 1

9. No transporte marítimo de gás, usam-se, frequentemente, navios com tanques esféricos.

Na Figura 14, está representado, em esquema, o casco de um desses navios.

Este esquema é composto pelo paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$ e pela pirâmide retangular irregular $[BCHGI]$, cujo vértice I pertence ao plano que contém a face $[CDEH]$ do paralelepípedo retângulo.

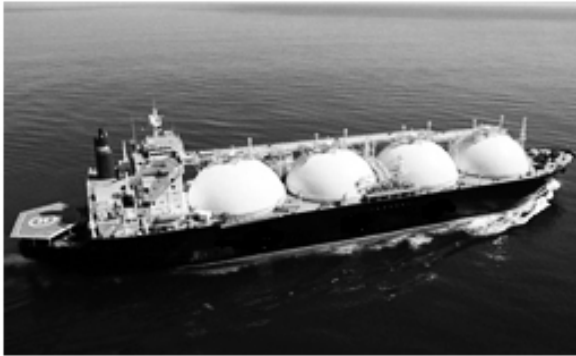


Figura 13: Navio de transporte de gás

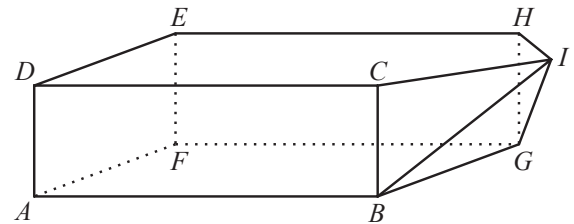


Figura 14

Na Figura 15, está representada a vista de cima de um navio de transporte de gás.

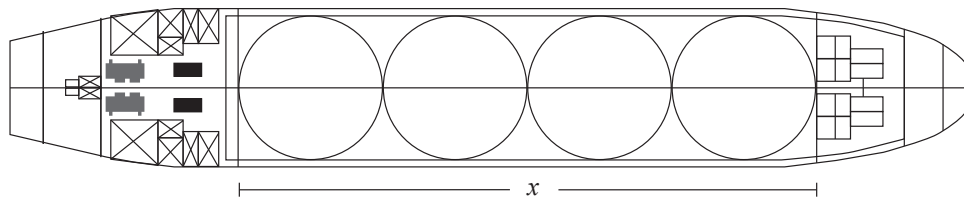


Figura 15

Admite que os quatro tanques esféricos:

- têm o mesmo raio e espessura desprezável;
- estão colocados num compartimento com a forma de um paralelepípedo retângulo, encostados uns aos outros e às paredes do compartimento, sem que sejam deformados;
- têm, cada um, $33\,750\text{ m}^3$ de volume.

Determina o comprimento do compartimento onde estão colocados os quatro tanques esféricos, designado por x na Figura 15.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às unidades.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2018, Época especial, caderno 1

10. Na Figura 16, estão representados o prisma reto $[ABCDEFGH]$ de bases quadradas $[ABCD]$ e $[FGHE]$ e as pirâmides triangulares $[AFGE]$ e $[ASTR]$, cujas bases $[FGE]$ e $[STR]$ estão contidas em planos paralelos.

Os vértices S , T e R da pirâmide $[ASTR]$ pertencem, respetivamente, às arestas $[AF]$, $[AG]$ e $[AE]$ da pirâmide $[AFGE]$.

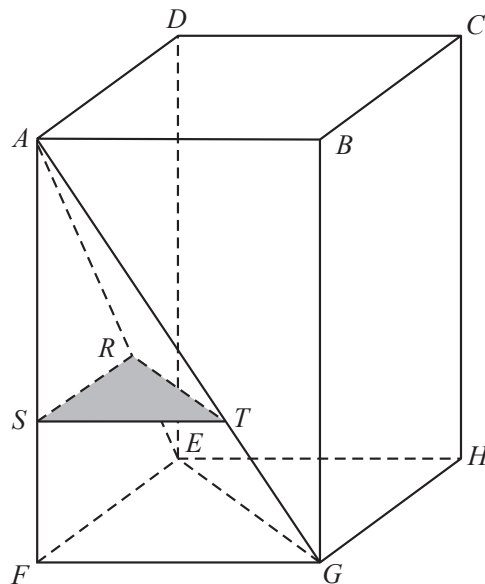


Figura 16

Considera que:

- $\overline{AS} = 6$ cm
- $\overline{ST} = 4$ cm
- $\overline{AF} = 9$ cm

A figura não está desenhada à escala.

Determina o volume da pirâmide $[AFGE]$.

Apresenta o valor pedido em cm^3 .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2017, 1ª fase, caderno 1

11. Na Figura 17, estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDV]$.

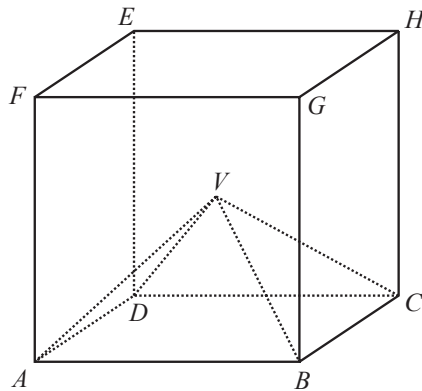


Figura 17

Sabe-se que:

- o vértice V da pirâmide coincide com o centro do cubo;
- o volume do cubo é igual a 729 cm^3 .

Determina o volume da pirâmide $[ABCDV]$.

Apresenta o valor pedido em cm^3 .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2017, 2ª fase, caderno 1

12. A Figura 18 representa um reservatório constituído por um cilindro de altura \overline{AB} e por uma semiesfera assente na base superior do cilindro.

As bases do cilindro e a semiesfera têm diâmetro \overline{BC} .

O reservatório contém 50 m^3 de água.

Sabe-se que:

- \overline{PB} designa a altura que a água atinge no reservatório;
- $\overline{AP} = 1,5 \text{ m}$;
- $\overline{BC} = 4,4 \text{ m}$.

A figura não está desenhada à escala.

Determina a altura, a , do reservatório.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às unidades.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2017, Época especial, caderno 1

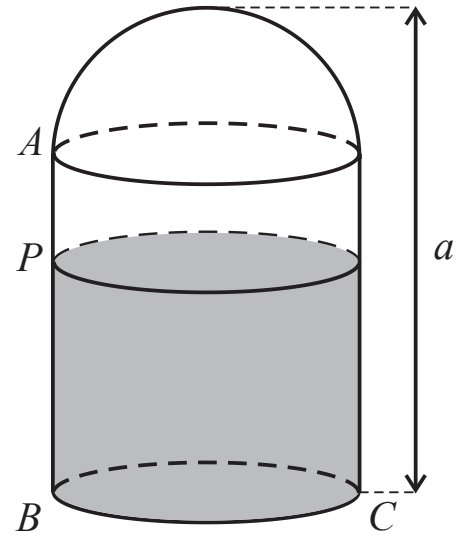


Figura 18

13. Na Figura 19, estão representados um prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases quadradas, e um cilindro cujas bases estão inscritas nas bases do prisma.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 20$ cm;
- a diferença entre o volume do prisma e o volume do cilindro é igual a 3000 cm³.

A figura não está desenhada à escala.

Determina \overline{CH} .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2016, 1ª fase, caderno 1

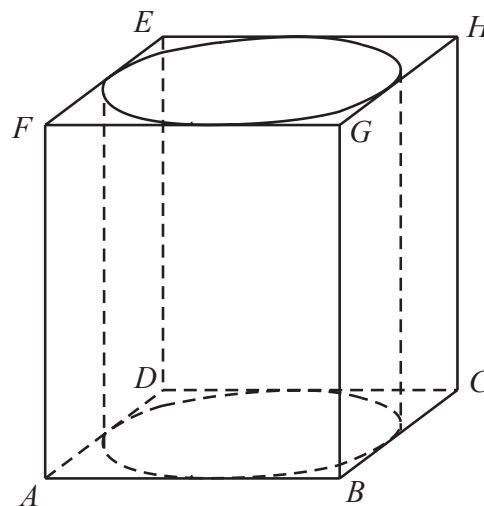


Figura 19

14. Na Figura 20, estão representados um cilindro e um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$ de bases $[ABCD]$ e $[EFGH]$, inscritas nas bases do cilindro. A altura do cilindro é igual a $5,3$ cm e o raio da sua base é igual a 3 cm.

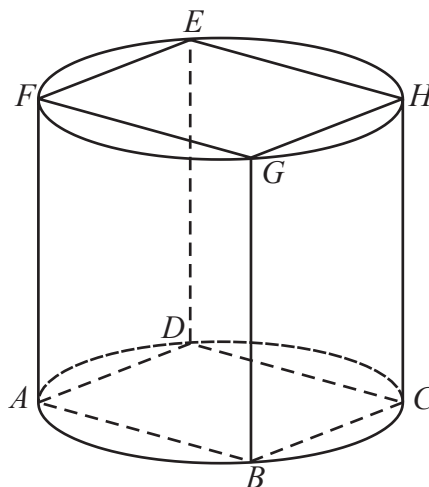


Figura 20

Determina o volume do prisma.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Apresenta o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2016, 2ª fase, caderno 1

15. Na Figura 21, está representado um sólido composto por um cone reto de vértice V e uma semiesfera. A base do cone e a semiesfera têm centro no ponto C e têm raio \overline{AC} .

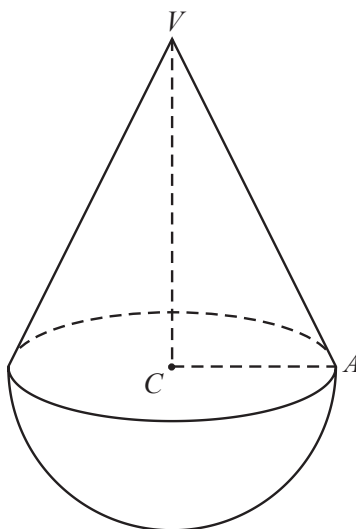


Figura 21

Sabe-se que:

- $\overline{AC} = 6$ cm
- $\overline{VA} = 15$ cm

A figura não está desenhada à escala.

Determina o volume do sólido representado na figura.

Apresenta o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2016, Época especial, caderno 1

16. O Palácio Nacional da Pena está situado em Sintra. Em julho de 2007, foi eleito uma das Sete Maravilhas de Portugal.

A Figura 22 é uma fotografia de uma das torres desse palácio.

Na Figura 23, está representado um modelo geométrico dessa torre.

O modelo não está desenhado à escala.



Figura 22

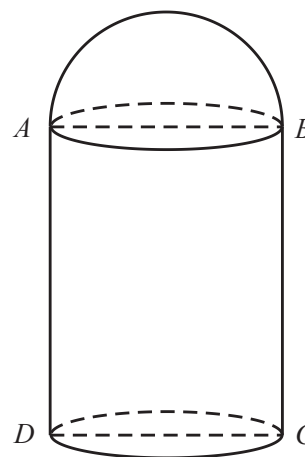


Figura 23

O modelo representado na Figura 23 é um sólido que pode ser decomposto num cilindro e numa semiesfera.

Sabe-se que:

- os pontos A, B, C e D são os vértices de um retângulo;
- o raio da base do cilindro é igual ao raio da semiesfera e é igual a 3 cm;

- o volume total do sólido é igual a 285 cm^3 .

Determina a altura do cilindro.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2015, 1ª fase, caderno 1

17. A Figura 24 é uma fotografia da Sé Catedral de Lisboa, um dos monumentos mais antigos de Portugal.

A Figura 25 representa um modelo geométrico de parte dessa catedral.

O modelo não está desenhado à escala.

O modelo representado na Figura 19 é um sólido que pode ser decomposto nos prismas quadrangulares regulares $[ABCDEFGH]$, $[LKNMHGJI]$ e $[PQROIJTS]$



Figura 24

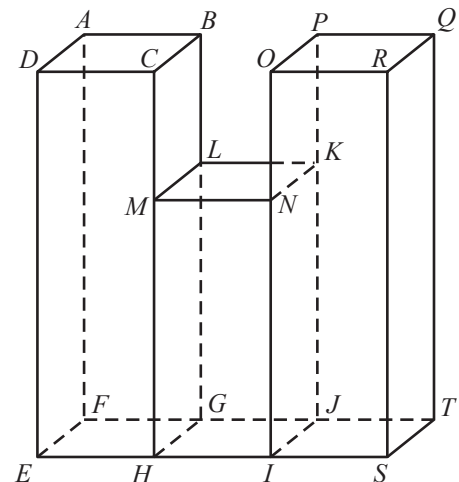


Figura 25

Sabe-se que:

- as bases dos três prismas são quadrados, todos geometricamente iguais;
- o ponto M pertence ao segmento de reta $[CH]$;
- o ponto N pertence ao segmento de reta $[OI]$;

- $\overline{DE} = \overline{RS} = 9 \text{ cm}$;
- $\overline{MH} = \frac{2}{3}\overline{DE}$;
- o volume total do sólido é igual a 248 cm^3 .

Seja s a área da base de cada prisma.

Determina s

Apresenta o resultado em centímetros quadrados, arredondado às décimas.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2015, 2ª fase, caderno 1

18. O centro geodésico de Portugal continental situa-se na Serra da Melriça, próximo de Vila de Rei. Nesse local, foi construído o marco geodésico que se pode observar na Figura 26.

Na Figura 27, está representado um modelo geométrico desse marco geodésico.



Figura 26

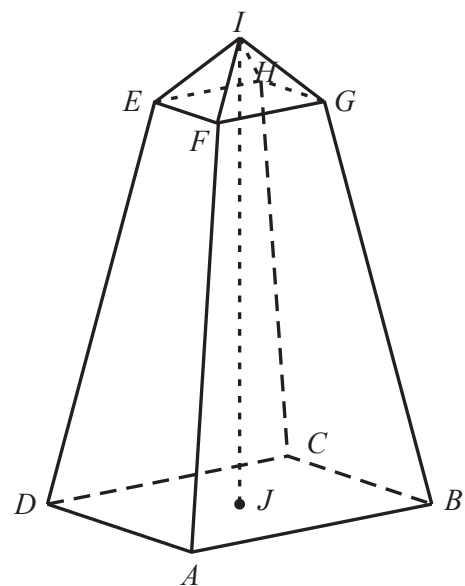


Figura 27

O modelo do marco geodésico é um poliedro composto pelo tronco de pirâmide quadrangular regular $[ABCDEFGH]$ e pela pirâmide quadrangular regular $[EFGHI]$

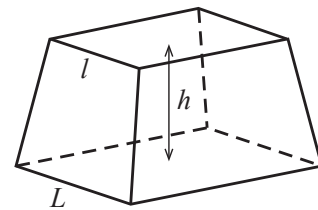
O ponto J é o centro do quadrado $[ABCD]$

Relativamente à Figura 27, sabe-se que:

- $\overline{IJ} = 15$ cm
- $\overline{AB} = 8$ cm
- $\overline{FG} = 3$ cm
- o volume da pirâmide $[EFGHI]$ é 6 cm³

Sabe-se ainda que o volume, V , de um tronco de pirâmide quadrangular regular é dado pela expressão $V = \frac{h}{3}(l^2 + L \times l + l^2)$ em que:

- h é a altura do tronco de pirâmide;
- L é a aresta da base maior do tronco de pirâmide;
- l é a aresta da base menor do tronco de pirâmide.



Determina o volume do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$

Sugestão: Começa por mostrar que a altura da pirâmide $[EFGHI]$ é igual a 2 cm

Apresenta o resultado em cm³, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2015, Época especial, caderno 1