Resolução - Proporcionalidade direta e inversa

1. g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma:

   $$g(x) = \frac{a}{x}$$

   Sendo a a constante de proporcionalidade inversa.

   O ponto A pertence à função f conseguimos determinar a sua ordenada:

   $$f(3) = 4 \times 3 = 12$$

   Assim, as coordenadas do ponto A são $(3, 12)$.

   O ponto A também pertence à função g, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

   $$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

   A expressão algébrica da funação g é: $g(x) = \frac{36}{x}$

   Calculando $g(2)$: $g(2) = \frac{36}{2} = 18$

   2022, 1ª fase, caderno 2

2. As coordenadas do ponto A são $(4, 3)$, sendo que este ponto pertence à função g.

   Sendo a função g uma função de proporcionalidade inversa e sabendo as coordenadas do ponto A podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa:

   $$k = x \times y = 4 \times 3 = 12$$

   Logo a expressão algébrica da função g é:

   $$g(x) = \frac{k}{x} = \frac{12}{x}$$

   Como o ponto P também pertence à função g conseguimos determinar a sua ordenada:

   $$g(2) = \frac{12}{2} = 6$$

Assim, as coordenadas do ponto P são $(2,6)$.

O ponto P também pertence à função f, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função f conseguimos calcular a constante a:

$$f(x) = ax^2 \Leftrightarrow 6 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 6 = a \times 4 \Leftrightarrow a = \tfrac{6}{4} \Leftrightarrow a = \tfrac{3}{2}$$

A constante a é igual a $\frac{3}{2}$.

2021, 1ª fase, caderno 2

3. Como as grandezas x e y são inversamente proporcionais então sabemos que $x \times y = k$, em que k é a constante de proporcionalidade inversa.

   Calculando a constante de proporcionalidade inversa, vem que:

   $$k = 10 \times 9 = 90$$

   Logo,

   $$15 \times a = 90 \;\Leftrightarrow\; a = \tfrac{90}{15} \;\Leftrightarrow\; a = 6$$

   2019, 1ª fase, caderno 2

4. Vamos começar por determinar a ordenada do ponto de abcissa 3, substituindo $x = 3$ na expressão algébrica da função f:

   $$f(x) = \tfrac{2}{3}x^2 \Leftrightarrow f(3) = \tfrac{2}{3} \times 3^2 \Leftrightarrow f(3) = \tfrac{18}{3} \Leftrightarrow f(3) = 6$$

   Assim sabemos que as coordenadas do ponto A são $(3,6)$, sendo que este ponto também pertence à função g.

   Sendo a função g uma função de proporcionalidade inversa e sabendo as coordenadas do ponto A podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa:

   $$k = x \times y = 3 \times 6 = 18$$

Logo a expressão algébrica da função g é:

$$g(x) = \frac{k}{x} = \frac{18}{x}$$

Substituindo a ordenada do ponto B na expressão algébrica da função g conseguimos determinar a constante c:

$$g(x) = \frac{18}{x} \Leftrightarrow 2 = \frac{18}{c} \Leftrightarrow c = \frac{18}{2} \Leftrightarrow c = 9$$

2019, Época especial, caderno 2

5. Vamos começar por determinar a ordenada do ponto P:

$$f(3) = \frac{4}{3} \times 3^2 = \frac{4}{3} \times 9 = \frac{36}{3} = 12$$

O ponto P tem coordenadas (3,12).

Como o ponto P pertence à função g, substituindo na sua expressão algébrica obtemos constante a:

$$g(x) = \frac{a}{x} \;\Leftrightarrow\; 12 = \frac{a}{3} \;\Leftrightarrow\; a = 12 \times 3 \;\Leftrightarrow\; a = 36$$

2018, 1ª fase, caderno 2

6. Vamos começar por determinar $g(4)$:

$$g(4) = \frac{8}{4} = 2$$

Como $f(3) = g(4)$, o ponto de coordenadas $(3, 2)$ pertence à função f.

Substituindo as coordenadas do ponto $(3, 2)$ na expressão algébrica de f podemos calcular a constante a:

$$f(x) = ax^2 \;\Leftrightarrow\; 2 = a \times 3^2 \;\Leftrightarrow\; a = \frac{2}{9}$$

2018, 2ª fase, caderno 2

7. Substituindo a abcissa do ponto P na expressão algébrica da função f, vamos determinar a ordenada do ponto P:

$$f(x) = \frac{6}{x} \Leftrightarrow f(2) = \frac{6}{2} \Leftrightarrow f(2) = 3$$

As coordenadas do ponto P são $(2, 3)$.

De acordo com a figura, o ponto P tembém pertence ao gráfico a função g.

Substituindo as coordenadas do ponto P na expressão algébrica da função g podemos determinar a constante a:

$$g(x) = ax^2 \Leftrightarrow 3 = a \times 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$$

2018, Época especial, caderno 2

8. Como f é uma função de proporcionalidade inversa, podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa através de um ponto (x,y) do seu gráfico:

$$k = x \times y \Leftrightarrow k = 6 \times 3 = 18$$

Opção (D)

2017, 1ª fase, caderno 2

9. Uma função de proporcionalidade inversa é representada graficamente por uma hipérbole.

Opção(D)

2017, 2ª fase, caderno 2

10. Como f é uma função de proporcionalidade inversa, podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa k através do ponto (3,9) pertencente a f:

$$k = 3 \times 9 = 27$$

Assim temos que a espressão algébrica da função f é:

$$f(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{27}{x}$$

Opção (D)

2017, Época especial, caderno 2

11. A função representada graficamente é uma função de proporcionalidade inversa e P é um ponto pertencente a essa função. Então conseguimos determinar a constante de proporcionalidade inversa multiplicando as coordenas do ponto P:

    $k = 5 \times 21 = 105$

    Multiplicando as coordenadas de qualquer ponto pertencente a esta função de proporcionalidade inversa, tem de ser igual a k.

    Opção(D)

    2016, 1ª fase, caderno 1

12. A função g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma $g(x) = \frac{k}{x}$

    O ponto P tem coordenadas (2,$f(2)$) onde $f(2) = 2 \times 2^2 = 8$, ou seja, P(2,8).

    Como P pertence à função g, substituindo na sua expressão algébrica obtemos constante k:

    $$g(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 8 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 8 \times 2 \Leftrightarrow k = 16$$

    Então, a expressão algébrica da função g é : $g(x) = \frac{16}{x}$.

    2016, 2ª fase, caderno 2

13. A expressão algébrica da função de proporcionalidade inversa é da forma:

    $$y = \frac{k}{x}$$

    Para determinarmos a constante de proporcionalidade inversa k basta substituirmos um ponto pertencente à função (4,8;30) na sua expressão algébrica:

    $$30 = \frac{k}{4{,}8} \Leftrightarrow k = 30 \times 4,8 \Leftrightarrow k = 144$$

Então a expressão alégrica desta função é $y = \frac{144}{x}$.

Substituindo as coordenadas do ponto $(a; a)$ pertencente à função na sua expressão algébrica temos:

$$a = \frac{144}{a} \Leftrightarrow a^2 = 144 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{144} \Leftrightarrow a = 12 \quad (a > 0)$$

2016, Época especial, caderno 1

14.

14.1. Como f uma função de proporcionalidade direta então a sua expressão algébrica é da forma:

$$f(x) = kx$$

O ponto (2,4) $\in f$ assim conseguimos calcular a constante de proporcionalidade direta:

$$f(x) = kx \Leftrightarrow 4 = k \times 2 \Leftrightarrow k = \frac{4}{2} \Leftrightarrow k = 2$$

Portanto temos $f(x) = 2x$ onde $f(1) = 2 \times 1 = 2$.

14.2. Sabemos que $f(2) = 4$ e $g(2) = 2^2 = 4$, ou seja, (2,4)$\in f$ e (2,4)$\in g$.

Opção(A)

2015, 1ª fase, caderno 2

15. A função f é uma função de proporcionalidade inversa, logo a expressão alébrica da função f é da forma $f(x) = \frac{k}{x}, \quad k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Como o ponto (2;5) pertence ao gráfico de f podemos calcular a constante de proporcionalida inversa k:

$$f(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 5 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 10$$

Assim a expressão alébrica da função f é $f(x) = \frac{10}{x}$

A ordenada do ponto do gráfico de f que tem abcissa 3,2 é igual a $f(3,2) = \frac{10}{3,2} = 3,125$

2015, 2ª fase, caderno 1

16. Como g é uma função de proporcionalidade inversa, a sua espressão algébrica é da forma:

$$g(x) = \frac{k}{x}, \quad \text{onde } k \text{ é a constante de proporcionalidade inversa.}$$

O ponto $(2, f(2))$ pertence a ambas as funçoes f e g. Como $f(2) = 2^2 = 4$ o ponto tem coordenadas (2,4).

Para calcularmos k basta susbtituir o ponto pertencente à função g na sua expressão algébrica:

$$g(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 4 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 4 \times 2 \Leftrightarrow k = 8$$

Assim, $g(x) = \frac{8}{x}$

Opção(C)

2015, Época especial, caderno 2