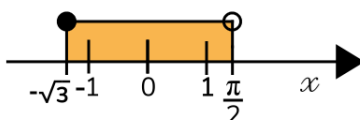


Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | Época Especial | 3^o Ciclo do Ensino Básico | 2023

1. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{3} \approx -1,73$ e que $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$.

Representando o intervalo $[-\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}[$ na reta real:



Opção(B)

2. Número de visitantes dos museus da Direção-Geral do Património Cultural, em Portugal, no ano de 2020 = 450 milhares = 450000

Vamos determinar o número de visitantes a mais estimado para o ano de 2023 face a 2020, ou seja, 40 % de 450000:

$$0,40 \times 450000 = 180000$$

O número de visitantes dos museus da DGPC estimado para o ano 2023 é igual a:

$$450000 + 180000 = 630000$$

Agora basta escrever em notação científica:

$$630000 = 6,3 \times 10^5$$

3. As frações $\frac{13}{6}$ e $\frac{9}{4}$ são frações de números inteiros por isso são dízimas finitas ou dízimas infinitas periódicas, ou seja, não são números irracionais.

$$\sqrt{5} \approx 2,236 \text{ e } \sqrt{6} \approx 2,449$$

$$\frac{11}{5} = 2,2 \text{ e } \frac{7}{3} = 2,(3)$$

Opção(B)

4.

4.1. A equipa do vale do Côa tem 4 rapazes e 5 pessoas no total, por isso, selecionando, ao acaso, um aluno da equipa da Maria, a probabilidade de ele ser rapaz é igual a $\frac{4}{5}$.

Opção(B)

4.2. Vamos começar por construir uma tabela de dupla entrada:

		Equipa Arte do Côa				
		Rapaz 1	Rapaz 2	Rapaz 3	Rapariga 1	Rapariga 2
Equipa Museu do Côa	Rapaz 1					
	Rapariga 1					
	Rapariga 2					
	Rapariga 3					
	Rapariga 4					

Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis.

n° de casos favoráveis = n° de entradas da tabela que tem um par constituído por duas raparigas = 8

n° de casos possíveis = n° de entradas da tabela = 25

$$P(\text{"Os dois alunos selecionados serem raparigas"}) = \frac{8}{25}$$

5. A função f traduz a correspondência entre o tempo, t , em horas, decorrido desde o início da visita e a distância, d , em quilómetros, percorrida pelos visitantes até ao regresso ao local de partida.

O início da visita começa no Museu do Côa, portanto em $t = 0$ a distância percorrida deveria ser de 0 km, mas observando o gráfico A vemos que em $t = 0$ a distância percorrida pelos visitantes era de 1 km por isso o gráfico A não pode representar a função f .

A parte final da visita guiada consiste na viagem de regresso na viatura todo-o-terreno, pelo mesmo percurso da viagem de ida, até ao local de partida, ou seja, teriam de percorrer os mesmos 6 km que fizeram inicialmente na viagem de ida. O gráfico B mostra que percorreram menos de 3 km, podemos então concluir que também o gráfico B não representa a função f .

6.

6.1. O triângulo $[CEB]$ é retângulo em B, usando o teorema de pitágoras vem que:

$$g^2 = 2^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow g^2 = 4 + \frac{25}{4} \Leftrightarrow g^2 = \frac{41}{4} \Leftrightarrow g = \pm \frac{\sqrt{41}}{2} \Leftrightarrow g = \frac{\sqrt{41}}{2} \quad (g > 0)$$

O valor da geratriz em metros, arredondado às décimas é igual a 3,2.

6.2. $V_{\text{sólido}} = V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}} = \pi \times (2,5)^2 \times 4 + \frac{1}{3} \times \pi \times (2,5)^2 \times 2 \approx 92 \text{ m}^3$

7. O triângulo $[EDC]$ é retângulo em D, usando a definição de tangente vem que:

$$\begin{aligned} \tan(\widehat{ECD}) &= \frac{\text{c.oposto}}{\text{c.adjacente}} \Leftrightarrow \tan(\widehat{ECD}) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DC}} \Leftrightarrow \tan(77) = \frac{\overline{ED}}{1,7} \Leftrightarrow 4,3315 = \frac{\overline{ED}}{1,7} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \overline{ED} = 4,3315 \times 1,7 \Leftrightarrow \overline{ED} \approx 7,364 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\overline{AE} = \overline{ED} + \overline{DA} = 7,364 + 1,7 \approx 9 \text{ m}$$

8. Cada termo da sequência dos quadrados brancos, com exceção do primeiro, obtém-se adicionando 1 unidade ao termo anterior, logo a expressão geradora desta sequência é igual a n .

A expressão geradora desta sequência é igual à soma da expressão geradora da sequência dos quadrados cinzentos com a expressão geradora da sequência dos quadrados brancos:

$$n^2 + n$$

Vamos calcular a ordem do termo da sequência que é igual a 306:

$$n^2 + n = 306 \Leftrightarrow n^2 + n - 306 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 1 \quad c = -306$$

Usando a fórmula resolvente temos:

$$\begin{aligned} n &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times -306}}{2 \times 1} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1224}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1225}}{2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow n = \frac{-1 + 35}{2} \vee n = \frac{-1 - 35}{2} \Leftrightarrow n = \frac{34}{2} \vee n = -\frac{36}{2} \Leftrightarrow n = 17 \vee n = -18 \Leftrightarrow \\ &n = 17, \quad n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

O termo desta sequência que tem um total de 306 quadrados tem ordem 17.

O número de quadrados cinzentos do termo que tem ordem 17 é igual a:

$$17^2 = 289$$

9. Para que a equação $x^2 - 4x + c = 0$, com $a = 1$, $b = -4$ e $c \in \mathbb{R}$ seja impossível, ou seja, não tenha soluções reais temos de verificar:

$$b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow (-4)^2 - 4 \times 1 \times c < 0 \Leftrightarrow 16 - 4c < 0 \Leftrightarrow -4c < -16 \Leftrightarrow c > \frac{16}{4} \Leftrightarrow c > 4$$

Opção(D)

10. Vamos começar por calcular a área do triângulo $[CBA]$:

$$A_{[CBA]} = A_{[BCDE]} + A_{[DEA]} = 48 + \frac{4 \times 3}{2} = 54$$

Pelo critério AA os triângulos $[DEA]$ e $[CBA]$ são semelhantes:

- $D\hat{E}A = C\hat{B}A$, porque são ângulos retos;
- $D\hat{A}E = C\hat{A}B$, pois é um ângulo comum.

Como os triângulos $[DEA]$ e $[CBA]$ são semelhantes sabemos que:

$$\frac{A_{[CBA]}}{A_{[DEA]}} = r^2, \quad \text{sendo } r \text{ a razão de semelhança entre os triângulos } [DEA] \text{ e } [CBA].$$

Daqui conseguimos determinar a constante r :

$$\frac{54}{6} = r^2 \Leftrightarrow r^2 = 9 \Leftrightarrow r = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow r = 3, \quad r > 0$$

Sabendo a razão de semelhança r , podemos determinar \overline{BC} :

$$\overline{BC} = \overline{DE} \times r = 3 \times 3 = 9$$

11. O triângulo $[OCA]$ é isósceles porque \overline{OC} e \overline{OA} são raios da circunferência. Logo $\widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 28^\circ$.

Considerando o triângulo $[OCA]$ e sabendo que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , vem que:

$$\widehat{COA} = 180 - 28 - 28 = 124^\circ$$

$\widehat{COA} = \widehat{AC}$ pois é o ângulo ao centro relativo ao arco AC.

\widehat{CBA} é o ângulo inscrito relativo ao arco AC, por isso vem que:

$$\widehat{CBA} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{124}{2} = 62^\circ$$

12. $\frac{1}{3}(x+2) > \frac{5x}{2} + 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{2}{3} > \frac{5x}{2} + 1 \Leftrightarrow 2x + 4 > 15x + 6 \Leftrightarrow 2x - 15x > 6 - 4 \Leftrightarrow -13x > 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x < -\frac{2}{13}$$

$$\text{C.S.} =] -\infty, -\frac{2}{13}[$$

13. O ponto B pertence à função f por isso conseguimos determinar a sua ordenada:

$$f(3) = 3^2 = 9$$

Assim, as coordenadas do ponto B são $(3, 9)$.

O ponto A é simétrico do ponto B relativamente ao eixo Oy , e tem coordenadas $(-3, 9)$.

A área do triângulo $[ABO]$ é igual a:

$$A_{[ABO]} = \frac{b \times h}{2} = \frac{6 \times 9}{2} = 27$$

Opção(C)

14. O ponto P pertence à função g por isso conseguimos determinar a sua ordenada:

$$g(4) = \frac{3}{4} \times 4 + 2 = 5$$

Assim, as coordenadas do ponto P são $(4, 5)$.

O ponto P também pertence à função f , substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função f conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a :

$$f(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 5 = \frac{a}{4} \Leftrightarrow a = 5 \times 4 \Leftrightarrow a = 20$$

15. Usando a fórmula da média dos valores registados na tabela, vamos determinar o valor representado por k :

$$\frac{7730+7200+7140+6960+3740+k}{6} = 6225 \Leftrightarrow \frac{32770+k}{6} = 6225 \Leftrightarrow 32770 + k = 37350 \Leftrightarrow k = 4580$$

16.

		2014	2015	2018	2019	2020
(1)	O número de visitantes de museus de história foi maior do que o número de visitantes de museus de arte.		X			
(2)	O número de visitantes de museus de arte atingiu o valor mais elevado.				X	
(3)	O número de visitantes de museus de arte e de museus de história, em conjunto, foi o mais próximo de 3 milhões.					X