

Exercícios de exames - Probabilidades

1. Seja Ω , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$.

Sabe-se que:

- $P(\overline{B}) = 0,6$
- $P(A \cup B) = 0,6$
- $A \cap B = \emptyset$

Qual é o valor de $P(\overline{A})$?

- (A) 0,2 (B) 0,4 (C) 0,6 (D) 0,8

2022, 1ªfase

2. Dos alunos que participaram num torneio de jogos matemáticos, que incluiu os jogos Semáforo e Rastros, sabe-se que:

- metade dos alunos jogou Semáforo;
- um quarto dos alunos não jogou Rastros;
- um quinto dos alunos que não jogaram Rastros jogou Semáforo.

Determine a probabilidade de um aluno que participou no torneio, escolhido ao acaso, não ter jogado Semáforo e ter jogado Rastros.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2022, 1ªfase

3. Dos passageiros de um voo de avião do Porto para Faro sabe-se que, antes do embarque:
- 70% nunca tinham viajado de avião;
 - $\frac{2}{5}$ já tinham estado em Faro;
 - metade dos que já tinham estado em Faro já tinha viajado de avião.

Admita que a ordem de saída dos passageiros deste voo é aleatória.

O primeiro passageiro a sair do avião nunca tinha estado em Faro.

Qual é a probabilidade de esta ter sido a primeira viagem de avião desse passageiro?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2022, 2ª fase

4. Uma empresa tem 60 funcionários. Todos trabalham cinco dias por semana, mas fazem-no em regimes diferentes, como a seguir se descreve:
- 40% trabalham todos os dias em regime presencial;
 - 25% trabalham todos os dias à distância;
 - os restantes trabalham dois dias em regime presencial e três dias à distância.

Selecionam-se, ao acaso, quatro funcionários dessa empresa.

A expressão seguinte permite determinar a probabilidade de serem selecionados, no máximo, três funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, dois dias por semana.

$$\frac{{}^{60}C_4 - 45{}^4C_4}{{}^{60}C_4}$$

Explique esta expressão no contexto descrito.

Na sua resposta:

- enuncie a regra de Laplace;
- explique o número de casos possíveis;
- explique o número de casos favoráveis.

2022, Época especial

5. Seja Ω , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos independentes ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$. Mostre que $P(B) + P(A) \times (1 - P(B|A)) = P(A) + P(B) \times P(\bar{A})$.

2022, Época especial

6. Numa escola frequentada por estudantes portugueses e estrangeiros, 60% dos alunos são raparigas e 15% são rapazes estrangeiros. Escolheu-se, ao acaso, um aluno dessa escola e verificou-se que era um rapaz. Qual é a probabilidade de ele ser português?

(A) 45% (B) 50% (C) 57,5% (D) 62,5%

2021, 1ª fase

7. Uma turma de 11º ano é constituída por 30 alunos com idades de 15, 16 e 17 anos, dos quais 60% são raparigas. Sabe-se que um terço dos rapazes tem 17 anos e que um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos.

O André e a Beatriz, alunos da turma, são gémeos e têm 16 anos. Escolhem-se, ao acaso, cinco alunos da turma.

Determine a probabilidade de o grupo constituído por esses cinco alunos ser formado pelo André, pela Beatriz, por dois jovens com 17 anos e por outro com 15 ou 16 anos. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

2021, 1ª fase

8. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badminton e ténis.

Relativamente a este clube, sabe-se que:

- cada sócio pratica uma e só uma das duas modalidades;
- 65% dos sócios são mulheres;
- $\frac{1}{7}$ dos homens pratica badminton;
- $\frac{5}{6}$ dos praticantes de badminton são mulheres.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio deste clube.

Determine a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

2021, 2ª fase

9.

Na Figura 1, está representada, a sombreado, num referencial o.n. xOy , a região do plano cartesiano definida pela condição $0 \leq x \leq 10 \wedge 0 \leq y \leq 10$

Considere todos os pontos que pertencem a essa região e cujas coordenadas são números inteiros.

Escolhe-se, ao acaso, um desses pontos.

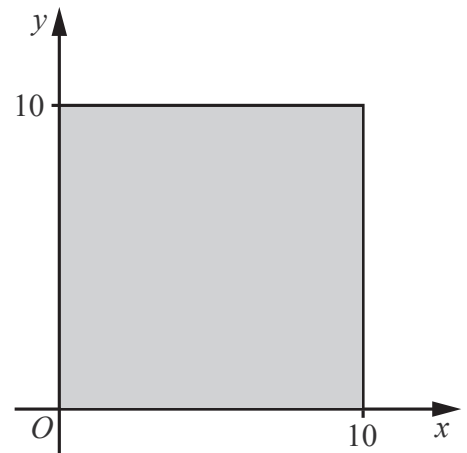


Figura 1

Qual é o valor, arredondado às milésimas, da probabilidade de esse ponto pertencer à reta de equação $y = x + 7$?

- (A) 0,025 (B) 0,033
- (C) 0,041 (D) 0,057

2021, Época especial

10. Seja Ω , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$.

Sabe-se que:

- $P(A) \neq 0$
- $P(B) = \frac{3}{2}P(A)$
- $P(B|A) = \frac{1}{2}$

Mostre que $P(\bar{A} \cap \bar{B}) + 2P(A) = 1$

2021, Época especial

11. Um saco contém bolas azuis e bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Cada bola tem uma única cor e só existem bolas azuis e bolas brancas no saco.

11.1. Retiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A primeira bola retirada é azul»

B : «A segunda bola retirada é branca»

Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A)$

Justifique que inicialmente existia um número ímpar de bolas azuis no saco.

Sugestão: comece por designar por a o número de bolas azuis e por b o número de bolas brancas que existiam inicialmente no saco.

11.2. Considere que se alterou a constituição inicial do saco e que, neste, estão agora oito bolas azuis e sete bolas brancas.

Pretende-se colocar todas estas bolas em dez caixas numeradas de 1 a 10, de tal forma que:

- cada caixa com número par tenha, pelo menos, uma bola azul;
- cada caixa com número ímpar tenha, pelo menos, uma bola branca;
- cada caixa tenha, no máximo, duas bolas.

Nestas condições, de quantas maneiras diferentes podem ficar colocadas as bolas nas dez caixas?

(A) 1176 (B) 2520 (C) 28016 (D) 30550

12. Considere um cubo $[MNPQRSTU]$

Escolhem-se, ao acaso, três vértices distintos desse cubo.

Qual é a probabilidade de o plano por eles definido conter uma das faces do cubo?

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{7}$

2020, 2ª fase

13. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,4$
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9$

Determine o valor da probabilidade condicionada $P(A|(A \cup B))$

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2020, 2ª fase

14. Um hotel, que promove atividades ao ar livre, é procurado por turistas de várias nacionalidades.

14.1. Num certo dia, o hotel organizou uma descida do rio Zêzere e uma caminhada na serra da Estrela. Sabe-se que:

- 80% dos hóspedes participaram na caminhada na serra da Estrela;
- 50% dos hóspedes participaram na descida do rio Zêzere;
- 30% dos hóspedes que participaram na descida do rio Zêzere não participaram na caminhada na serra da Estrela.

Escolhe-se, ao acaso, um dos hóspedes do hotel.

Determine a probabilidade de esse hóspede ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

- 14.2. Três hóspedes suecos e quatro hóspedes dinamarqueses pretendem visitar os arredores do hotel. Para tal, o hotel disponibiliza quatro motos de dois lugares cada uma (uma preta, uma amarela, uma branca e uma verde).

Sabe-se que apenas os hóspedes dinamarqueses podem conduzir.

De quantas maneiras distintas se podem distribuir, deste modo, os sete hóspedes pelas quatro motos?

- (A) 21 (B) 35 (C) 268 (D) 576

2020, Época especial

15. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.

- 15.1. Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa.

Sabe-se que a probabilidade de ela não ser amarela ou de não ter um logotipo desenhado é igual a $\frac{15}{16}$

Determine o número de bolas que a caixa contém.

- 15.2. Dispõem-se, ao acaso, as dez bolas amarelas, lado a lado, em linha reta.

Qual é a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas?

- (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{14}$ (D) $\frac{1}{13}$

2019, 1ª fase, caderno 1

16. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10º, 11º e 12º anos.

Relativamente aos alunos desta escola, sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos alunos do 10º ano são rapazes;
- $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
- $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10º ano.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o 10º ano.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

2019, 2ª fase, caderno 1

17. Um saco contém nove cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 9.

Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, quatro cartões do saco.

Qual é a probabilidade de o menor dos números saídos ser 3 e o maior ser 8?

- (A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{21}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{7}$

2019, Época especial, caderno 1

18. Numa turma de 12º ano, apenas alguns alunos estão matriculados na disciplina de Química.

Relativamente a essa turma, sabe-se que:

- o número de raparigas é o dobro do número de alunos matriculados na disciplina de Química;
- um terço dos alunos matriculados na disciplina de Química são raparigas;
- metade dos rapazes não estão matriculados na disciplina de Química.

Escolhe-se ao acaso um aluno da turma.

Determine a probabilidade de esse aluno estar matriculado na disciplina de Química.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2019, Época especial, caderno 1

19. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos equiprováveis e independentes.

Sabe-se que $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{8}{9}$

Qual é o valor de $P(A)$?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

2019, Época especial, caderno 2

20. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.

Relativamente a essa escola, sabe-se que:

- o número de alunos que estudam Espanhol é igual ao número de alunos que estudam Inglês;
- o número de alunos que estudam, pelo menos, uma das duas línguas é o quádruplo do número de alunos que estudam as duas línguas.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

Determine a probabilidade de esse aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

2018, 1ª fase, caderno 1

21. Num saco, encontram-se quatro bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 0 a 3. Retiram-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

Seja X a variável aleatória «produto dos números saídos».

Para um certo valor de k , tem-se que $P(X = k) = \frac{1}{2}$

Qual é o valor de k ?

(A) 6 (B) 2 (C) 3 (D) 0

2018, 1ª fase, caderno 2

22. Num clube desportivo, praticam-se as modalidades de basquetebol e futebol, entre outras.

Sabe-se que, escolhido ao acaso um atleta deste clube, a probabilidade de ele praticar basquetebol é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de ele praticar futebol é $\frac{2}{5}$

Sabe-se ainda que, dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol.

Mostre que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.

2018, 2ª fase, caderno 1

23. Seja ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes e equiprováveis;
- $P(A \cup B) = 0,64$

Qual é o valor de $P(A)$?

- (A) 0,42 (B) 0,40 (C) 0,38 (D) 0,36

2018, Época especial, caderno 1

24. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- $P(A) = 0,6$
- $P(B) = 0,7$

Mostre que $P(B|A) \geq \frac{1}{2}$

2018, Época especial, caderno 1

25. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos.

Sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$

Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

2017, 1ª fase, grupo I

26. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6).

Retira-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «o número da bola retirada é menor ou igual a 6»

B : «o número da bola retirada é par»

Escreva o significado de $P(\overline{A} \cup B)$ no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n , que dê esta probabilidade.

Apresente a expressão na forma de uma fração.

2017, 1ª fase, grupo II

27. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

Seja A o acontecimento «o aluno escolhido é rapariga», e seja B o acontecimento «o aluno escolhido frequenta o 10º ano».

Sabe-se que:

- a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz ou não frequentar o 10º ano é 0,82
- a probabilidade de o aluno escolhido frequentar o 10º ano, sabendo que é rapariga, é $\frac{1}{3}$

Determine $P(A)$

2017, 2ª fase, grupo II

28. Considere duas caixas, C_1 e C_2 . A caixa C_1 tem 12 bolas, das quais cinco são brancas e as restantes são pretas. A caixa C_2 tem sete bolas, umas brancas e outras pretas.

Considere a experiência que consiste em retirar, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa C_1 , colocá-las na caixa C_2 e, em seguida, retirar, também ao acaso, uma bola da caixa C_2

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «As bolas retiradas da caixa C_1 têm a mesma cor.»

B : «A bola retirada da caixa C_2 é branca.»

Sabe-se que $P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3}$

Interprete o significado de $P(B|\bar{A})$ e indique, justificando, quantas bolas brancas e quantas bolas pretas existiam inicialmente na caixa C_2

2017, Época especial, grupo II

29. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = \frac{2}{5}$
- $P(B) = \frac{3}{10}$
- $P(A|B) = \frac{1}{6}$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{13}{20}$ (D) $\frac{19}{30}$

2016, 1ª fase, grupo I

30. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,2$
- $P(B) = 0,3$
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6$

Qual é o valor de $P(A|B)$?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{5}{6}$

2016, 2ª fase, grupo I

31. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9

Considere duas caixas, U e V. Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V

Realiza-se a seguinte experiência.

Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10»

B : «O produto dos números das fichas retiradas é ímpar»

Determine o valor de $P(B|A)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.

Na sua resposta:

- explique o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita;
- indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u,v) , em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V
- indique os casos favoráveis;
- apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

2016, 2ª fase, grupo II

32. Uma pessoa lança um dado cúbico, com as faces numeradas de 1 a 6, e regista o número da face que ficou voltada para cima.

Uma outra pessoa lança um dado com a forma de um tetraedro regular, com as faces numeradas de 1 a 4, e regista o número da face que ficou voltada para baixo.

Admita que ambos os dados são equilibrados.

Qual é a probabilidade de, pelo menos, uma dessas pessoas registar o número 4?

- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$

2016, Época especial, grupo I

33. Um saco contém n bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n , sendo n um número par maior do que 3

33.1. Retiram-se, em simultâneo e ao acaso, três bolas do saco.

Escreva uma expressão, em função de n , que dê a probabilidade de, dessas três bolas, duas terem número par e uma ter número ímpar.

Não simplifique a expressão que escrever.

33.2. Admita agora que $n = 8$

Ao acaso, extraem-se sucessivamente duas bolas do saco (primeiro uma e depois outra) e observa-se o número de cada uma delas.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A primeira bola extraída tem número par.»

B : «A segunda bola extraída tem número par.»

Determine o valor de $P(A \cap B)$ no caso em que a extração é feita com reposição e no caso em que a extração é feita sem reposição.

Justifique a sua resposta, tendo em conta que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

Na sua resposta:

- interprete o significado de $P(A \cap B)$, no contexto da situação descrita;
- indique o valor de $P(B|A)$, no caso de a extração ser feita com reposição;
- indique o valor de $P(B|A)$, no caso de a extração ser feita sem reposição;
- apresente o valor de $P(A \cap B)$, em cada uma das situações (designe esse valor por a no caso de a extração ser feita com reposição e por b no caso de a extração ser feita sem reposição).

2016, Época especial, grupo II

34. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,4$
- $P(\overline{B}) = 0,7$

- $P(A \cup B) = 0,5$

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup \overline{B})$?

- (A) 0,6 (B) 0,7 (C) 0,8 (D) 0,9

2015, 1ª fase, grupo I

35. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

35.1. Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:

- o número de homens é igual ao número de mulheres;
- 30% dos homens residem fora de Coimbra.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.

Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

35.2. Considere agora que a empresa tem oitenta funcionários.

Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa.

A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a

$$\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$$

Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada.

Na sua resposta:

- enuncie a regra de Laplace;
- explique o número de casos possíveis;
- explique o número de casos favoráveis.

2015, 1ª fase, grupo II

36. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9.

As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas.

Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.

Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:

A : «a bola retirada é preta»

B : «o número da bola retirada é um número par»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$

2015, 2ª fase, grupo I

37. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = 0,7$
- $P(B) = 0,4$
- $P(A \cap B) = 0,2$

Qual é o valor de $P(B|A)$?

(A) 0,25 (B) 0,3 (C) 0,35 (D) 0,4

2015, Época especial, grupo I

38. Um saco contém nove bolas numeradas de 1 a 9, indistinguíveis ao tato.

Retiram-se, sucessivamente e ao acaso, três bolas do saco. As bolas são retiradas com reposição, isto é, repõe-se a primeira bola antes de se retirar a segunda e repõe-se a segunda bola antes de se retirar a terceira.

Qual é a probabilidade de o produto dos números das três bolas retiradas ser igual a 2 ?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2015, Época especial, grupo II