

**Exercícios de exames - Continuidade de uma função num ponto**

1. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2-x}}{2+x} & \text{se } x < -2 \vee x \geq 2 \\ \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} & \text{se } -2 < x < 2 \end{cases}$$

Averigue se a função  $f$  é contínua em  $x = 2$ .

2022, 1ª fase

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & \text{se } x < 0 \\ \ln \sqrt{e+x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Averigue se a função  $f$  é contínua em  $x = 0$ .

2022, 2ª fase

3. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{e^{5x}-1} & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{3}{5} & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função  $f$  é contínua em  $x = 0$ .

2022, Época especial

4. Seja  $f$  a função, de domínio  $]0, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2(1 + 2 \ln x) & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{5-5e^{x-1}}{x^2+3x-4} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Averigue se a função  $f$  é contínua em  $x = 1$

2021, 1ª fase

5. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, para um certo número real  $k$ , a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x}{x^2-x} + k & x < 0 \\ 2 + x \ln x & x > 0 \end{cases}$$

Sabe-se que existe  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

Determine o valor de  $k$ .

2021, 2ª fase

6. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + \ln(3 - 2x) & x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{1-x^2} + k & x > 1 \end{cases} \quad (k \text{ é um número real})$$

Determine  $k$ , sabendo que a função  $f$  é contínua em  $x = 1$ .

2021, Época especial

7. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\sin x}{1-e^x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 \ln x & x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função  $g$  é contínua em  $x = 0$ .

2020, 1ª fase

8. Seja  $h$  a função, de domínio  $] -\infty, 4[$ , definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x}-1}{\sin(x-1)} & 1 < x < 4 \end{cases}$$

Averigue se a função  $h$  é contínua em  $x = 1$ .

2020, 2ª fase

9. Para um certo número real  $k$ , seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{k-kx} & x < 1 \\ x^8 - 10 + 8 \ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

Sabe-se que  $g$  é contínua no ponto 1

Qual é o valor de  $k$  ?

(A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{7}$       (C)  $\frac{1}{8}$       (D)  $\frac{1}{9}$

2020, Época especial

10. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{x}{x-\ln x} & x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função  $f$  é contínua no ponto 0.

Justifique a sua resposta.

2019, 1ª fase, caderno 2

11. Para um certo número real  $k$ , é contínua em  $\mathbb{R}$  a função  $f$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 k & \text{se } x = 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de  $k$ ?

- (A) 5      (B) 6      (C) 8      (D) 9

2019, 2ª fase, caderno 1

12. Para um certo número real  $k$ , é contínua em  $\mathbb{R}$  a função  $f$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+x-2} & \text{se } x > 1 \\ k & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de  $k$ ?

- (A) 2      (B) 3      (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{1}{2}$

2019, Época especial, caderno 1

13. Seja  $g$  a função, de domínio  $] - \infty, \pi]$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{4x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{2-\sin(2x)} & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Averigue se a função  $g$  é contínua no ponto 0.

Justifique a sua resposta.

2018, 1ª fase, caderno 2

14. Seja  $h$  a função, de domínio  $[-\frac{\pi}{3}, +\infty[$ , definida por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{\sin(x^2)} & \text{se } -\frac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \frac{e^x}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Mostre que a função  $h$  é contínua no ponto 0.

2018, Época especial, caderno 2

15. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ 3 + \frac{\sin(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Estude a função  $g$  quanto à continuidade no ponto 1

2017, 1ª fase, grupo II

16. Seja  $f$  a função, de domínio  $]1 - \pi, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-2}{\sin(x-1)} & \text{se } 1 - \pi < x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ e^{-2x+4} + \ln(x-1) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Indique, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou é falsa.

«A função  $f$  é contínua à esquerda no ponto 1, mas não é contínua à direita nesse ponto.»

2017, Época especial, grupo II

17. Para um certo número real  $k$ , é contínua em  $\mathbb{R}$  a função  $f$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x+3)}{4x+4} & \text{se } x \neq -1 \\ k+2 & \text{se } x = -1 \end{cases}$$

Qual é o valor de  $k$ ?

(A)  $-\frac{5}{3}$       (B)  $-\frac{5}{4}$       (C)  $\frac{5}{4}$       (D)  $\frac{5}{3}$

2016, Época especial, grupo I

18. Para um certo número real  $k$ , é contínua em  $\mathbb{R}$  a função  $f$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + e^{x+k} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2x + \ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de  $k$ ?

(A) 0  
(B) 1

(C)  $\ln 2$

(D)  $\ln 3$

2015, 2ª fase, grupo I