

Exercícios de exames - Equação da reta tangente

1. Seja g uma função derivável, de domínio $] - \infty, \pi[\setminus\{0\}$, cuja derivada, g' , é dada por

$$g'(x) = \begin{cases} 3e^{2x} - 7e^x & \text{se } x < 0 \\ x + 2 \cos^2 x & \text{se } 0 < x < \pi \end{cases}$$

Considere, em referencial o.n. Oxy , o gráfico da função g .

Determine, no intervalo $] - \infty, 0[$, a abscissa do ponto do gráfico da função g em que a reta tangente ao gráfico da função é paralela à reta de equação $y = -2x$.

2022, 2ª fase

2. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \ln(1 + e^x) - x$.

Num referencial o.n. Oxy , seja r a reta tangente ao gráfico de g no ponto de abscissa 0.

Sejam A e B os pontos de intersecção da reta r com os eixos coordenados.

Mostre que a área do triângulo $[OAB]$ é igual a $(\ln 2)^2$.

2022, Época especial

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} - 3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa -2

2021, 2ª fase

4. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{x}{x-\ln x} & x > 0 \end{cases}$$

Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa 1

2019, 1ª fase, caderno 2

5. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} x \ln(1-x) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1-3x}{1-e^{-x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é o declive da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abscissa -1?

- (A) $0,5 + \ln 2$ (B) $-0,5 + \ln 2$
 (C) $0,5 - \ln 2$ (D) $-0,5 - \ln 2$

2019, Época especial, caderno 2

6. Seja f a função, de domínio $]1 - \pi, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-2}{\sin(x-1)} & \text{se } 1 - \pi < x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ e^{-2x+4} + \ln(x-1) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Escreva a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa $1 - \frac{\pi}{2}$

2017, Época especial, grupo II

7. Seja f a função, de domínio $] -\frac{\pi}{2}, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2+\sin x}{\cos x} & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Seja r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa $\frac{1}{2}$

Além do ponto de tangência, a reta r intersecta o gráfico de f em mais dois pontos, A e B, cujas abscissas pertencem ao intervalo $] -\frac{\pi}{2}, 0[$ (considere que o ponto A é o de menor abscissa).

Determine analiticamente a equação reduzida da reta r e, utilizando a calculadora gráfica, obtenha as abscissas dos pontos A e B

Apresente essas abscissas arredondadas às centésimas.

Na sua resposta, reproduza, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que visualizar na calculadora e que lhe permite(m) resolver o problema.

2016, 2ª fase, grupo II

8. Seja f a função, de domínio $] -\frac{3\pi}{2}, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + \cos x & \text{se } -\frac{3\pi}{2} < x < 0 \\ \ln(e^x + x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Na Figura 1, estão representados:

- parte do gráfico da função f
- um ponto A, pertencente ao gráfico de f , de abscissa a
- a reta t , tangente ao gráfico da função f no ponto A

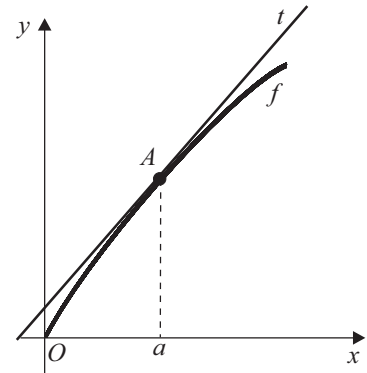


Figura 1

Sabe-se que:

- $a \in]0, 1[$
- a reta t tem declive igual a 1,1

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abscissa do ponto A

Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora, que lhe permite(m) resolver a equação;
- apresente a abscissa do ponto A arredondada às centésimas.

2016, Época especial, grupo II

9. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + xe^x & \text{se } x \leq 3 \\ \ln(x-3) - \ln x & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa 4

2015, 2ª fase, grupo II

10. Seja a um número real.

Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = a \sin x$

Seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa $\frac{2\pi}{3}$

Sabe-se que a inclinação da reta r é igual a $\frac{\pi}{6}$ radianos.

Determine o valor de a

2015, Época especial