Exercícios de exames - Número de Neper

1. Calculando o limite:

$$\lim\left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n} = \left[\lim\left(\frac{n}{n} - \frac{2}{n}\right)^n\right]^3 = \left[\lim\left(1 - \frac{2}{n}\right)^n\right]^3 = [e^{-2}]^3 = e^{-6} = \frac{1}{e^6}$$

Opção(D)

2019, 1ª fase, caderno 1

2. $\lim\left(\frac{n+\ln a}{n}\right)^{n+2} = \lim\left(\frac{n}{n} + \frac{\ln a}{n}\right)^{n+2} = \lim\left(1 + \frac{\ln a}{n}\right)^n \times \lim\left(1 + \frac{\ln a}{n}\right)^2 =$
$= e^{\ln a} \times (1+0)^2 = a$

Opção(C)

2019, 2ª fase, caderno 2

3. Calculando o limite de (u_n):

$$\lim\left(\frac{n+2}{n}\right)^{\frac{n}{4}} = \lim\left(1 + \frac{2}{n}\right)^{(n\times\frac{1}{4})} = \left[\lim\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n\right]^{\frac{1}{4}} = (e^2)^{\frac{1}{4}} = e^{\frac{1}{2}}$$

Assim vem que:

$$\lim f(u_n) = f(e^{\frac{1}{2}}) = \ln e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

Opção(C)

2019, Época especial, caderno 2

4. Calculando o limite de (u_n):

$$\lim(\tfrac{n+k}{n})^n = \lim(1+\tfrac{k}{n})^n = e^k$$

Sabendo que o limite de (u_n) é solução da equação, vem que:

$$\ln(\tfrac{e^k}{e}) = 3 \;\Leftrightarrow\; \ln(e^{k-1}) = 3 \;\Leftrightarrow\; k-1=3 \;\Leftrightarrow\; k=4$$

Opção(D)

2018, 1ª fase, caderno 2

5. $\lim(\frac{n+5}{n+1})^{\frac{n}{2}} = \lim\left[\left(\frac{n(1+\frac{5}{n})}{n(1+\frac{1}{n})}\right)^n\right]^{\frac{1}{2}} = \lim\left[\frac{(1+\frac{5}{n})^n}{(1+\frac{1}{n})^n}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\lim(1+\frac{5}{n})^n}{\lim(1+\frac{1}{n})^n}\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{e^5}{e}\right)^{\frac{1}{2}} = e^2$

Opção(D)

2018, 2ª fase, caderno 2

6. $\lim(\frac{n+2}{n+1})^{2n} = \lim\left[\left(\frac{n(1+\frac{2}{n})}{n(1+\frac{1}{n})}\right)^n\right]^2 = \lim\left[\frac{(1+\frac{2}{n})^n}{(1+\frac{1}{n})^n}\right]^2 = \left[\frac{\lim(1+\frac{2}{n})^n}{\lim(1+\frac{1}{n})^n}\right]^2 = \left(\frac{e^2}{e}\right)^2 = e^2$

Opção(C)

2018, Época especial, caderno 2

7. $\lim(u_n) = \lim(v_n) \Leftrightarrow \lim \frac{kn+3}{2n} = 1 \Leftrightarrow \lim \frac{kn}{2n} + \frac{3}{2n} = 1 \Leftrightarrow \frac{k}{2} + \frac{3}{+\infty} = 1 \Leftrightarrow$
   $\Leftrightarrow \frac{k}{2} + 0 = 1 \Leftrightarrow k = 2$

   Opção(B)

   2016, 1ª fase, grupo I

8. Vamos calcular a:

   $a = \lim(a_n) = \lim(1 + \frac{1}{n})^{3n} = \lim[(1 + \frac{1}{n})^n]^3 = e^3$ (Limite notável)

   Vamos calcular b:

   $b = \lim(b_n) = \lim \ln(1 - 2e^{-n}) = \ln(1 - 2e^{-\infty}) = \ln(1 - 0) = \ln 1 = 0$

   Opção(B)

   2016, Época especial, grupo I