Resolução - Declive e Vetor diretor

1. A reta r é definida pela condição:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{4} = z \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-0}{1}$$

Portanto um vetor diretor da reta r tem coordenadas $\overrightarrow{v}\ (2, -4, 1)$.

Os vetores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{a}$ são colineares por isso são paralelos.

Calculando o produto escalar dos vetores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{b}$: $(2, -4, 1).(-3, 1, 0) = -10$

Calculando o produto escalar dos vetores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{v}$: $(2, -4, 1).(1, 1, 2) = 0$

Opção(C)

2019, 2ª fase, caderno 2

2. A reta r é definida por:

$$1 - x = y \wedge z = 3 \Leftrightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y-0}{1} \wedge z = 3$$

Assim sabemos que $(-1, 1, 0)$ é um vetor diretor da reta r.

O vetor normal do plano perpendicular à reta r tem de ser colinear ao vetor diretor da reta r.

O vetor normal do plano definido na opção(B) é $(1, -1, 0)$, que é colinar ao vetor $(-1, 1, 0)$ porque $(1, -1, 0) = -(-1, 1, 0)$.

Opção(B)

2019, Época especial, caderno 2

3. A reta r é definida pela condição:

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} \ \wedge \ z = 3 \ \Leftrightarrow \ \frac{x-(-1)}{2} = \frac{y-2}{-1} \ \wedge \ z = 3$$

Portanto um vetor diretor da reta r tem coordenadas $(2, -1, 0)$. Logo conseguimos excluir as opções de resposta B e C.

Qualquer ponto pertence à reta r tem coordenadas da forma $(x, y, 3)$.

Opção(A)

2018, 1ª fase, caderno 2

4. Através da equação reduzida da reta r conseguimos determinar o declive da reta r:

$$ax + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2y = -ax - 1 \Leftrightarrow y = \frac{-ax-1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{a}{2}x - \frac{1}{2}$$

Assim $m_r = -\frac{a}{2}$.

Da equação vetorial da reta s conseguimos saber as coordenadas do vetor diretor $\overrightarrow{u}(a, 2a)$.

Logo o declive da reta s é : $m_s = \frac{2a}{a} = 2$

Como as duas retas são paralelas então têm o mesmo declive, assim vem que:

$$m_r = m_s \Leftrightarrow -\frac{a}{2} = 2 \Leftrightarrow a = -4$$

Opção(A)

2018, Época especial, caderno 1

5. O plano α tem equação $3x - 2z - 3 = 0$, logo o vetor $\vec{u}\ (3, 0, -2)$ é um vetor perpendicular ao plano α.

A reta r é definida pela condição:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{5} = \frac{z}{3} \ \Leftrightarrow \ \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z}{3}$$

Portanto o vetor $\vec{v}\ (2, -5, 3)$ é um vetor diretor da reta r.

Se o plano α for paralelo à reta r então o vetor $(3, 0, -2)$ é perpendicular ao vetor $(2, -5, 3)$, ou seja, $(3, 0, -2).(2, -5, 3) = 0$.

Como $(3, 0, -2).(2, -5, 3) = 6 + 0 - 6 = 0$ então o plano α é paralelo à reta r.

Opção(D)

2018, Época especial, caderno 2

6. Vamos calcular $\tan\alpha$:

   $\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{(frac1\sqrt{5})^2} \Leftrightarrow \tan^2\alpha = 5 - 1 \Leftrightarrow \tan\alpha = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow$
   $\Leftrightarrow \tan\alpha = \pm 2$

   Sabendo que $\cos\alpha < 0$ então o declive da reta r também é negativo. Logo o declive da reta é igual a: $m_r = \tan\alpha = -2$

   Opção(C)

   2017, 1ª fase, grupo I

7. Duas retas paralelas têm o mesmo declive, calculando o declive a reta $[AB]$ vem que:

   $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

   Opção(B)

   2016, Época especial, grupo I

8. De acordo com a figura 1, a reta AB tem ordenada na origem negativa por isso podemos excluir as opções de resposta B e C.

   Como o triângulo [ABC] é equilátero os seus ângulos internos medem, cada um, 60^o. Calculando o declive da reta AB:

   $$m = \tan(A\hat{B}C) = \tan 60^o = \sqrt{3}$$

   Opção(D)

   2015, 1ª fase, grupo I