

Exercícios de exames - Produto escalar

1. Na Figura 1, está representada, em referencial o.n. Oxy , a circunferência de equação $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

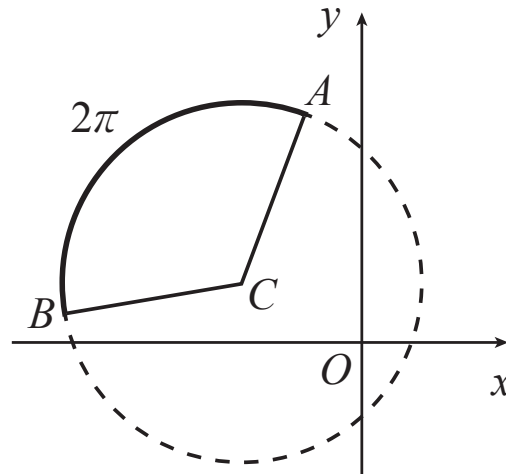


Figura 1

- O ponto C é o centro da circunferência.
- A e B são dois pontos da circunferência.
- O arco de circunferência AB tem comprimento 2π .
- Determine o valor do produto escalar $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$.

2022, 1ª fase

2. Na figura 2, está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$

Os vértices A e C têm coordenadas $(2, 1, 0)$ e $(0, -1, 2)$, respectivamente.

O vértice V tem coordenadas $(3, -1, 2)$

Determine a amplitude do ângulo VAC

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2019, 1ª fase, caderno 1

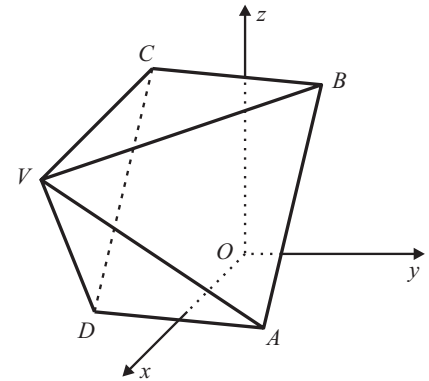


Figura 2

3. Na figura 3, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular.

Sabe-se que:

- $[PQ]$ e $[QR]$ são arestas de uma das bases do prisma;
- $\overline{PQ} = 4$

Determine o produto escalar $\vec{QP} \cdot \vec{QR}$

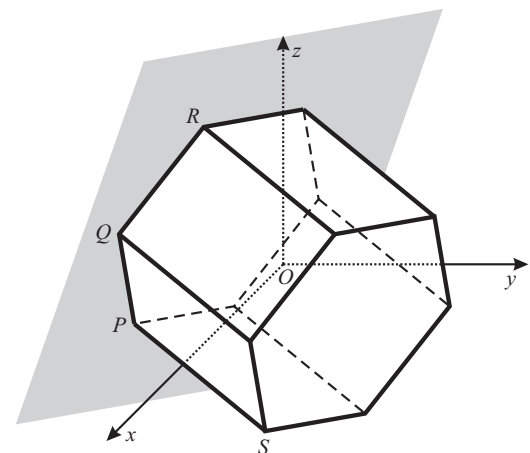


Figura 3

2018, 1ª fase, caderno 1

4. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 10$$

Seja C o centro da superfície esférica e seja A o simétrico do ponto C relativamente ao plano xOy

Determine a amplitude do ângulo AOC

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2018, 2ª fase, caderno 1

5. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ e o ponto P de coordenadas $(1,1,1)$ pertencente a essa superfície esférica.

Seja R o ponto de intersecção da superfície esférica com o semieixo negativo das ordenadas.

Determine a amplitude do ângulo ROP

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

2018, Época especial, caderno 1

6. Na Figura 4, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$

Sabe-se que:

- a face $[OPQR]$ está contida no plano xOy
- o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz
- o plano STU tem equação $z = 3$

Determine o valor do produto escalar $\vec{UP} \cdot \vec{RS}$

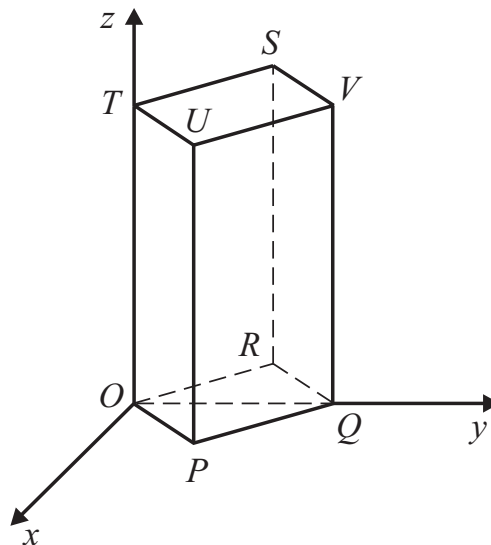


Figura 4

2017, 1ª fase, grupo II

7. Na Figura 5, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$. Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy
- a aresta $[CD]$ está contida no eixo Oy
- o ponto D tem coordenadas $(0, 4, 0)$
- o plano ACG é definido pela equação $x + y - z - 6 = 0$

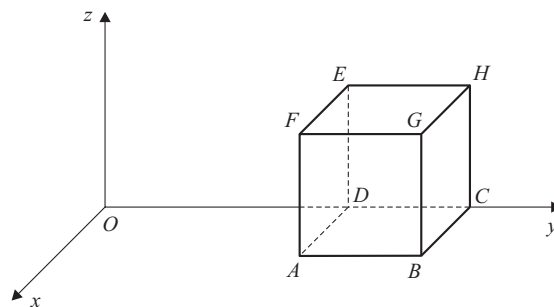


Figura 5

Seja P o vértice de uma pirâmide regular de base $[EFGH]$. Sabe-se que:

- a cota do ponto P é superior a 2
- o volume da pirâmide é 4

Determine a amplitude do ângulo OGP

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2017, 2ª fase, grupo II

8. Na Figura 6, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro de revolução de altura 3

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 2, 0)$ e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano xOy
- o ponto B tem coordenadas $(1, 3, 0)$ e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto C é o centro da base superior do cilindro.

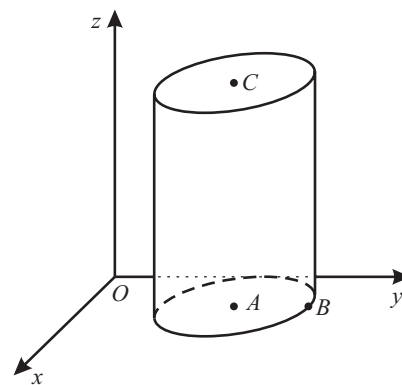


Figura 6

Seja α o plano que passa no ponto A e que é perpendicular à reta r definida pela condição $x = y = 1 - z$. Seja P o ponto desse plano de abcissa e ordenada iguais a 2

Determine a amplitude do ângulo POC

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2017, Época especial, grupo II

9. Na Figura 7, está representado um triângulo isósceles $[ABC]$

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$
- $\widehat{BAC} = 75^\circ$

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$?

- (A) $\sqrt{2}$
- (B) $2\sqrt{2}$
- (C) $\sqrt{3}$
- (D) $2\sqrt{3}$

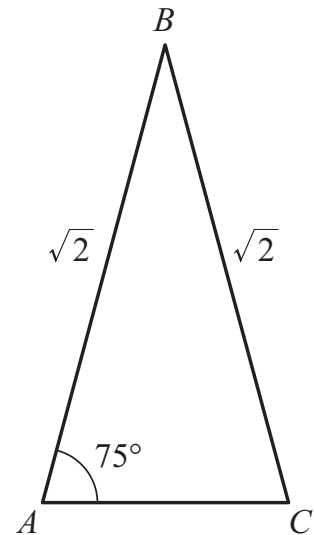


Figura 7

2016, 1ª fase, grupo I

10. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano α definido pela equação $3x + 2y + 4z - 12 = 0$

Sejam A e B os pontos pertencentes ao plano α , tais que A pertence ao semieixo positivo Ox e B pertence ao semieixo positivo Oy

Seja P um ponto com cota diferente de zero e que pertence ao eixo Oz

Justifique, recorrendo ao produto escalar de vetores, que o ângulo APB é agudo.

2016, 2ª fase, grupo II

11. Na Figura 8, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OABCDEFG]$

Sabe-se que:

- os pontos C , A e E pertencem aos eixos coordenados Ox , Oy e Oz , respetivamente;
- o ponto A tem coordenadas $(0, 2, 0)$
- o plano OFB é definido pela equação $3x + 3y - z = 0$

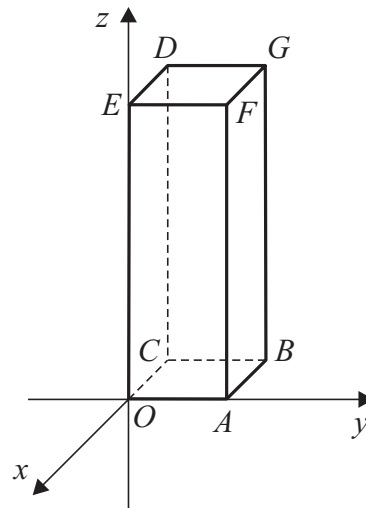


Figura 8

Seja P o ponto de cota igual a 1 que pertence à aresta $[BG]$

Seja R o simétrico do ponto P relativamente à origem.

Determine a amplitude do ângulo RAP

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2016, Época especial, grupo II

12. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(0, 0, 2)$ e $B(4, 0, 0)$

Seja P o ponto pertencente ao plano xOy tal que:

- a sua abcissa é igual à abcissa do ponto B

- a sua ordenada é positiva;
- $B\hat{A}P = \frac{\pi}{3}$

Determine a ordenada do ponto P

2015, 1ª fase, grupo II

13. Os segmentos de reta $[AB]$ e $[BC]$ são lados consecutivos de um hexágono regular de perímetro 12

Qual é o valor do produto escalar $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$?

- (A) -3
- (B) -2
- (C) 3
- (D) 2

2015, Época especial, grupo I

14. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano β definido pela condição $2x - y + z - 4 = 0$

Considere o ponto $A(1, 2, 3)$

Seja B o ponto de intersecção do plano β com o eixo Ox

Seja C o simétrico do ponto B relativamente ao plano yOz

Determine a amplitude do ângulo BAC

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

2015, Época especial, grupo II