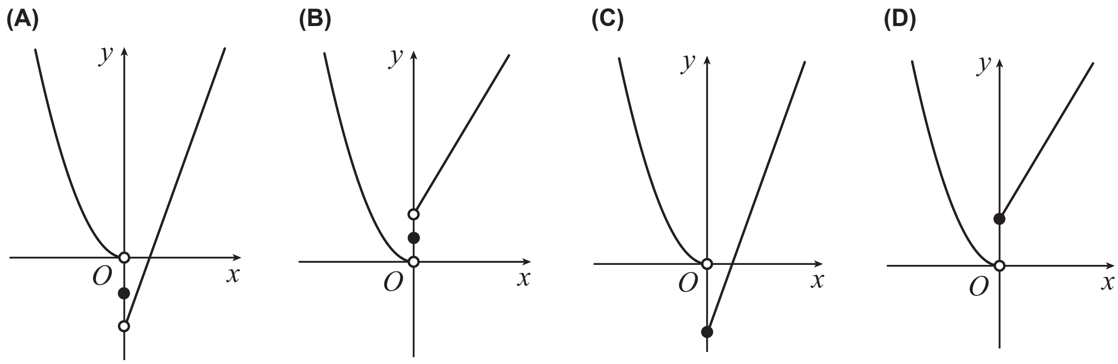
Exercícios de exames - Monotonia e Extremos relativos

1. Em qual das opções seguintes está representada graficamente, em referencial o.n. Oxy, uma função que tem um mínimo em $x = 0$?



2022, 2ª fase

2. Seja a um número real.

Considere a função polinomial definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + a^2x + \sqrt{2}$.

Mostre que, para qualquer valor de a, a função não tem extremos.

2022, 2ª fase

3. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2-x}}{2+x} & se \quad x < -2 \ \vee \ x \geq 2 \\ \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} & se \quad -2 < x < 2 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, no intervalo $]-\infty, -2[$, e determine esses extremos, caso existam.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2022, 1ª fase

4. Seja f a função, de domínio $]0,+\infty[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} -x^2(1+2\ln x) & se \quad 0 < x \leq 1 \\ \frac{5-5e^{x-1}}{x^2+3x+4} & se \quad x > 1 \end{cases}$$

Estude, no intervalo $]0,1[$, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.
Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2021, 1ª fase

5. Seja h a função, de domínio $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$, definida por $h(x) = \sin x + \cos^2 x$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função h quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2021, 2ªfase

6. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} x-2+\ln(3-2x) & x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{1-x^2}+k & x > 1 \end{cases} \qquad (k \text{ é um número real})$$

Estude, no intervalo $]-\infty,1[$, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.
Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2021, Época especial

7. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\sin x}{1-e^x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 \ln x & x > 0 \end{cases}$$

Estude a função g quanto à monotonia em $]0, +\infty[$ e determine, caso existam, os extremos relativos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

2020, 1ª fase

8. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

Estude a função g quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

2019, 1ª fase, caderno 2

9. Considere a função f, definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{\sin x}{2+\cos x}$

Estude a função f quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

2019, Época especial, caderno 2

10. Seja g a função, de domínio $]-\infty, \pi]$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{4x} & se \;\; x < 0 \\ \frac{1}{2-\sin(2x)} & se \;\; 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Estude a função g quanto à monotonia no intervalo $]0, \pi]$ e determine, caso existam, os extremos relativos.

2018, 1ª fase, caderno 2

11. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Para um certo número real k, a função g, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = \frac{k}{x} + f(x)$, tem um extremo relativo para $x = 1$

Determine esse número k

2017, 2ª fase, grupo II

12. Seja f a função, de domínio $]-\frac{\pi}{2}, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2+\sin x}{\cos x} & se \;\; -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - \ln x & se \;\; x > 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, no intervalo $]-\frac{\pi}{2}, 0[$

2016, 2ª fase, grupo II

13. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}_0^+$, definida por $f(x) = x^2 e^{1-x}$

    Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

    2015, Época especial, grupo II