Exercícios de exames - Concavidades e Pontos de inflexão

1. Seja g uma função derivável, de domínio $]-\infty, \pi[\backslash\{0\}$, cuja derivada, g', é dada por

$$g'(x) = \begin{cases} 3e^{2x} - 7e^{x} & se \quad x < 0 \\ x + 2\cos^2 x & se \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$

   Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo $]0, \pi[$.

   Na sua resposta, apresente:
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
   – a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g.

   2022, 2ª fase

2. Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, cuja derivada, de domínio $\mathbb{R}^+$, é definida por $g'(x) = \frac{x-e^{3x}}{x}$.

   Estude, sem recorrer à calculadora, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
   – a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g.

   2022, Época especial

3. Seja f uma função, de domínio $]0,+\infty[$, cuja derivada, f', de domínio $]0,+\infty[$, é dada por $f'(x)=\frac{2+\ln x}{x}$

Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:
– o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
– o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
– a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

2020, 2ª fase

4. Para um certo número real k , seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x)=\begin{cases}\frac{x^2-x}{k-kx} & x<1\\ x^8-10+8\ln x & x\geq 1\end{cases}$$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo $]1,+\infty[$

Na sua resposta, apresente:
– o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
– o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
– a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g , caso este(s) exista(m).

2020, Época especial

5. Seja g a função definida em $]0, \pi[$ por $g(x) = \frac{1}{4}\cos(2x) - \cos x$

   Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
   – as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g , caso este(s) exista(m).

   2019, 2ª fase, caderno 2

6. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = x^3 + 6\ln x$

   Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
   – as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

   2018, Época especial, caderno 2

7. Na Figura 1, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f

   Sabe-se que o único ponto de inflexão do gráfico de f tem abcissa 0

   Seja f'' a segunda derivada da função f

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $f''(1) + f''(2) < 0$

(B) $f''(-2) + f''(-1) > 0$

(C) $f''(-1) \times f''(-2) < 0$

(D) $f''(1) \times f''(2) > 0$

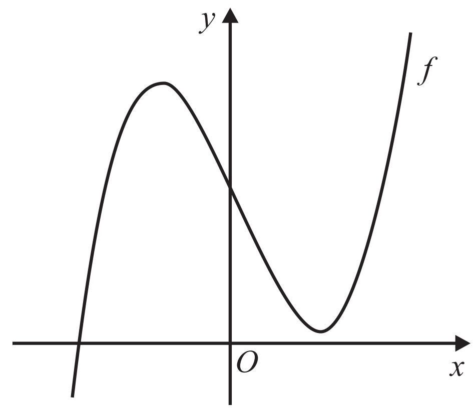


Figura 1

2017, 1ª fase, grupo I

8. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$

A tabela de variação de sinal da função f'' , segunda derivada de f , é a seguinte.

x	$-\infty$	-10		0		10	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Seja g a função definida por $g(x) = -f(x-5)$

Em qual dos intervalos seguintes o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo?

(A) $]-15, -5[$ **(B)** $]0, 10[$ **(C)** $]-5, 5[$ **(D)** $]5, 15[$

2017, 2ª fase, grupo I

9. Na Figura 2, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, polinomial do terceiro grau.

Tal como a figura sugere, a função f tem um máximo relativo para $x = -2$ e tem um mínimo relativo para $x = 2$

A origem do referencial é ponto de inflexão do gráfico de f

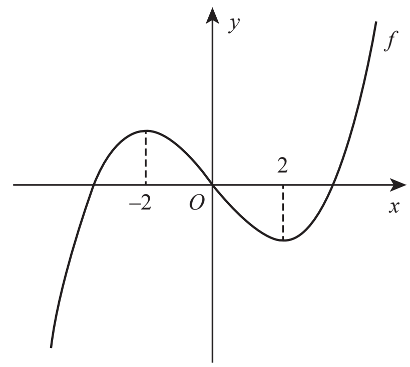


Figura 2

Sejam f' e f'' a primeira e a segunda derivadas da função f, respetivamente.
Qual é o conjunto solução da condição $f'(x) \times f''(x) \geq 0$?

(A) $[-2, 0] \cup [2, +\infty[$ **(B)** $]-\infty, -2] \cup [0, 2]$
(C) $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$ **(D)** $]-\infty, -2] \cup [0, +\infty[$

2017, Época especial, grupo I

10. Seja f a função, de domínio $]1-\pi, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-2}{\sin(x-1)} & se\ 1-\pi < x < 1 \\ 2 & se\ x = 1 \\ e^{-2x+4} + \ln(x-1) & se\ x > 1 \end{cases}$$

O gráfico da função f tem um único ponto de inflexão, cuja abcissa pertence ao intervalo $]1, 2[$

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa desse ponto.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema;
- apresente a abcissa do ponto de inflexão arredondada às centésimas.

2017, Época especial, grupo II

11. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}$, cuja derivada, f' , de domínio $\mathbb{R}$, é dada por

$$f'(x) = e^x(x^2 + x + 1)$$

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

2016, 1ª fase, grupo II

12. Seja f a função, de domínio $]-\frac{3\pi}{2}, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + \cos x & se \ -\frac{3\pi}{2} < x < 0 \\ \ln(e^x + x) & se \ x \geq 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão do seu gráfico, no intervalo $]-\frac{3\pi}{2}, 0[$

Na sua resposta, indique:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

2016, Época especial, grupo II

13. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x-1} & se \ x < \frac{1}{2} \\ (x+1)\ln x & se \ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo $]\frac{1}{2}, +\infty[$

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

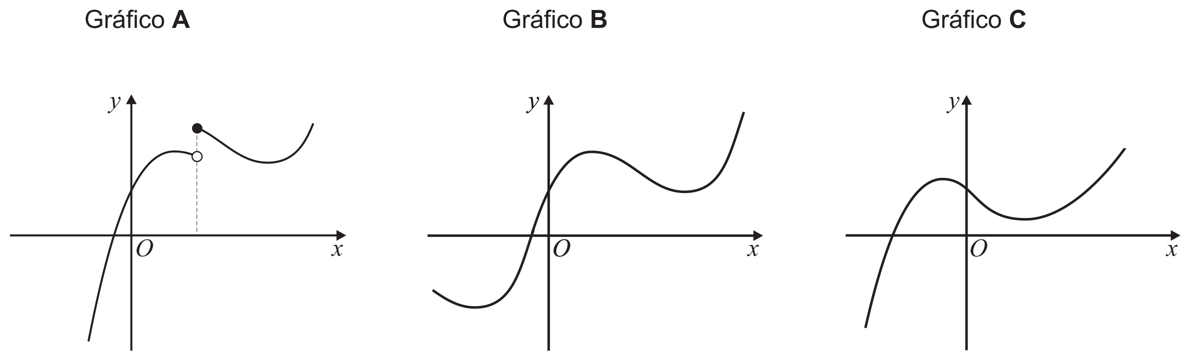
2015, 1ªfase, grupo II

14. Seja f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função tal que:

- f tem derivada finita em todos os pontos do seu domínio;
- $f'(0) > 0$
- $f''(x) < 0$, para qualquer $x \in]-\infty, 0[$

Nenhum dos gráficos a seguir apresentados é o gráfico da função f

Elabore uma composição na qual apresente, para cada um dos gráficos, uma razão pela



qual esse gráfico não pode ser o gráfico da função f

2015, 2ªfase, grupo II

15. Na Figura 3, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f

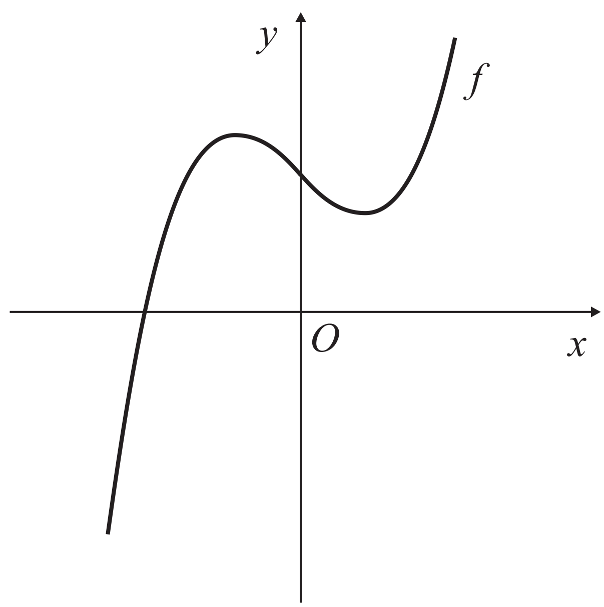
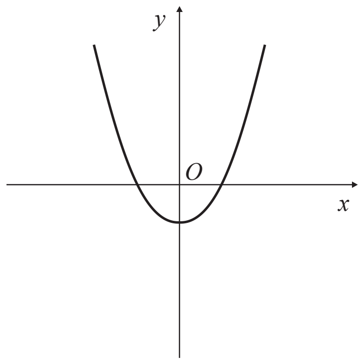


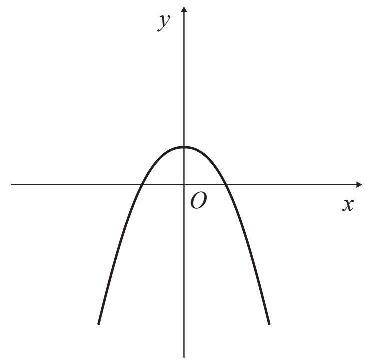
Figura 3

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função da função f'' , segunda derivada de f?

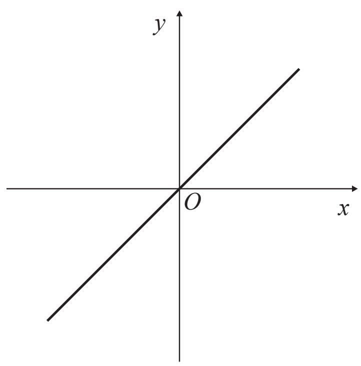
(A)



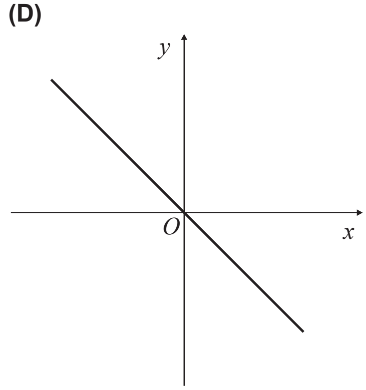
(B)



(C)



(D)



2015, Época especial, grupo I