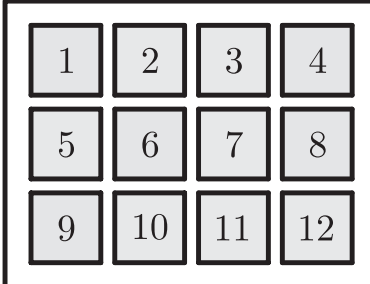


Exercícios de exames - Cálculo Combinatório

1. O Semáforo é um jogo matemático em que se usa um tabuleiro retangular de 3×4 casas e se dispõe de peças verdes, peças amarelas e peças encarnadas. As peças da mesma cor são iguais.

Na Figura 1, está representado um tabuleiro do jogo Semáforo cujas casas foram numeradas de 1 a 12 .



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

Figura 1

Pretende-se colocar 2 peças no tabuleiro, uma peça por casa, de modo a obter uma configuração colorida. Para o efeito, dispõe-se de várias peças de cada cor.

Considera-se uma configuração colorida o resultado da colocação de duas peças no tabuleiro. Duas configurações coloridas são diferentes se diferirem nas casas ocupadas pelas peças usadas ou na cor dessas peças.

A expressão seguinte permite determinar o número de configurações coloridas diferentes que é possível obter.

$$3 \times {}^{12}C_2 + {}^3C_2 \times {}^{12}A_2$$

2022, 1ª fase

2. Um saco contém 12 cartões com a forma de retângulos geometricamente iguais: 3 azuis, 2 brancos, 3 pretos e 4 vermelhos.

Os 12 cartões vão ser retirados, sucessivamente e ao acaso, do saco e dispostos sobre uma mesa, alinhados pela ordem em que são retirados.

Determine a probabilidade de os cartões azuis ficarem todos juntos.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2022, 2ª fase

3. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos de 0 a 5.

Destes números, quantos têm o algarismo das unidades igual a 5?

(A) 625 (B) 256 (C) 128 (D) 96

2022, Época especial

4. O corfebol é um desporto coletivo misto, com origem na Holanda.

Um clube de corfebol de um certo país vai participar num torneio internacional.

A comitiva vai deslocar-se por via terrestre, utilizando um automóvel de cinco lugares e uma carrinha de nove lugares. A comitiva é constituída por três dirigentes, um treinador, cinco jogadores do sexo masculino e cinco do sexo feminino.

Escreva uma expressão que dê o número de maneiras diferentes de distribuir os catorze elementos da comitiva pelos catorze lugares disponíveis, sabendo-se que os dois condutores são dois dos dirigentes e que, no automóvel, vão dois jogadores de cada sexo.

2021, 1ª fase

5. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.

Com doze raquetes distintas, sendo seis de badmínton e seis de ténis, formam-se, ao acaso, dois conjuntos de seis raquetes cada um.

Qual é o valor, arredondado às centésimas, da probabilidade de cada um dos dois conjuntos ficar com três raquetes de badmínton e três raquetes de ténis?

- (A) 0,22 (B) 0,43 (C) 0,50 (D) 0,87

2021, 2ª fase

6. Considere, num plano α , duas retas paralelas r e s

Assinalam-se, na reta r , cinco pontos distintos e, na reta s , um certo número n de pontos, igualmente distintos.

Sabe-se que, com os pontos assinalados nas duas retas, é possível definir exatamente 175 triângulos.

Determine o valor de n

2021, 2ª fase

7. A Fernanda tem cinco livros diferentes e sete canetas, também diferentes, para repartir pelos seus dois netos, o Armando e o Catarino.

A Fernanda vai oferecer três livros e três canetas a um dos netos, e os restantes objetos ao outro, ou quatro livros e duas canetas a um dos netos, e os restantes objetos ao outro.

Determine, nestas condições, de quantos modos diferentes pode a Fernanda repartir os doze objetos pelos seus dois netos.

2021, Época especial

8. Quatro pessoas vão escolher, cada uma e em segredo, um dos seguintes números: 1, 2, 3, 4 e 5

Qual é a probabilidade de exatamente duas delas escolherem o número 5?

- (A) 0,1530 (B) 0,1532 (C) 0,1534 (D) 0,1536

2020, 1ª fase

9. Considere todos os números naturais superiores a 9999 e inferiores a 22 000
Destes números, quantos se podem escrever com os algarismos 0, 1, 2 e 3 ?

- (A) 192 (B) 236 (C) 384 (D) 512

2020, 2ª fase

10. Considere um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6
Lança-se esse dado quatro vezes e escrevem-se, da esquerda para a direita, os algarismos saídos, obtendo-se, assim, um número com quatro algarismos.
Qual é a probabilidade de esse número ser par, menor do que 5000 e capicua (sequência de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo número)?

- (A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{5}{36}$ (C) $\frac{1}{108}$ (D) $\frac{5}{108}$

2020, Época especial

11. Considere todos os números naturais de sete algarismos que se podem escrever utili-

zando dois algarismos 5, quatro algarismos 6 e um algarismo 7

Determine quantos destes números são ímpares e maiores do que seis milhões.

2019, 1ª fase, caderno 1

12. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10º, 11º e 12º anos.

Uma turma dessa escola tem 26 alunos, dos quais 15 são raparigas. O delegado de turma é um rapaz.

Pretende-se formar uma comissão com três alunos desta turma, para organizar uma festa de fim de ano.

Quantas comissões diferentes, que incluam rapazes e raparigas, se podem formar, sabendo-se que o delegado de turma tem de fazer parte da comissão?

(A) 195 (B) 215 (C) 235 (D) 255

2019, 2ª fase, caderno 1

13. Um saco contém nove cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 9.

Colocam-se os nove cartões em cima de uma mesa, lado a lado, em linha reta.

Determine de quantas maneiras diferentes é possível colocar os cartões, de modo que os números inscritos nos três primeiros cartões sejam primos.

2019, Época especial, caderno 1

14. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.

Doze alunos dessa escola, quatro de Espanhol e oito de Inglês, dispõem-se lado a lado em linha reta para tirar uma fotografia.

De quantas maneiras se podem dispor os doze alunos, de modo que os alunos da mesma

disciplina fiquem juntos?

- (A) 40 320 (B) 80 640 (C) 967 680 (D) 1 935 360

2018, 1ª fase, caderno 1

15. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais a, e, i, o, u) para formar códigos de quatro caracteres.

15.1. Quantos códigos iniciados por uma vogal seguida de três algarismos diferentes se podem formar?

- (A) 420 (B) 504 (C) 1840 (D) 2520

15.2. Escolhe-se, ao acaso, um código de entre todos os códigos de quatro caracteres, repetidos ou não, que é possível formar com os catorze caracteres.

Determine a probabilidade de esse código ser constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar.

Apresente o resultado arredondado às milésimas.

2018, 2ª fase, caderno 1

16. Com cinco pessoas, quantos conjuntos com, pelo menos, três pessoas é possível formar?

- (A) 60 (B) 81 (C) 10 (D) 16

2018, Época especial, caderno 1

17. Considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com

os algarismos de 1 a 9

Destes números, quantos são múltiplos de 5 ?

- (A) 729 (B) 1458 (C) 3645 (D) 6561

2017, 1ª fase, grupo I

18. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1,2,3,4 e 5

Destes números, quantos têm os algarismos pares um a seguir ao outro?

- (A) 24 (B) 48 (C) 72 (D) 96

2017, 2ª fase, grupo I

19. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.

Uma das turmas dessa escola tem trinta alunos, numerados de 1 a 30

Com o objetivo de escolher quatro alunos dessa turma para formar uma comissão, introduzem-se, num saco, trinta cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 30.

Em seguida, retiram-se quatro cartões do saco, simultaneamente e ao acaso.

Qual é a probabilidade de os dois menores números saídos serem o 7 e o 22 ?

Apresente o resultado arredondado às milésimas.

2017, 2ª fase, grupo II

20. Com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4, quantos números naturais maiores do que 20 000 e

com os cinco algarismos todos diferentes é possível formar?

- (A) 24 (B) 48 (C) 72 (D) 96

2017, Época especial, grupo I

21. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4.

Considere agora que se colocam as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos.

Quantos números ímpares diferentes se podem obter?

2016, 1ª fase, grupo II

22. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9

Na Figura 2, está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro filas horizontais (A, B, C e D) e em quatro filas verticais (1, 2, 3 e 4)

De quantas maneiras diferentes é possível dispor as nove fichas, de tal forma que as que têm número par ocupem uma única fila horizontal?

	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				

Figura 2

2016, 2ª fase, grupo II

23. Dois rapazes e quatro raparigas vão sentar-se num banco corrido com seis lugares.

De quantas maneiras o podem fazer, de modo que fique um rapaz em cada extremidade do banco?

- (A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 60

2015, 1ª fase, grupo I

24. Na Figura 3, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[NOPQRSTU]$ que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

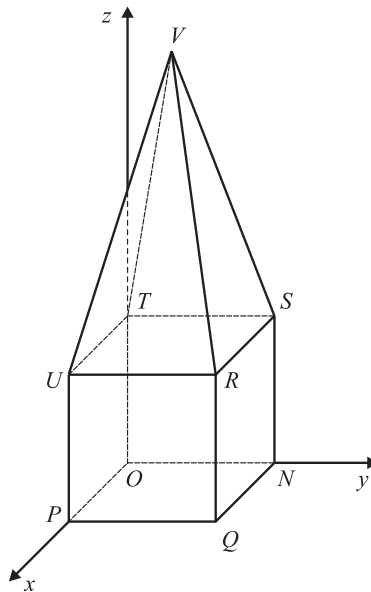


Figura 3

Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro $[NOPQRSTU]$. Cada face vai ser colorida com uma única cor.

Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores.

Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exatamente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.

2015, 2ª fase, grupo II

25. Nove jovens, três rapazes e seis raparigas, vão dispor-se, lado a lado, para uma fotografia.

De quantas maneiras o podem fazer, de modo que os rapazes fiquem juntos?

(A) 40 140 (B) 30 240 (C) 20 340 (D) 10 440

2015, Época especial, grupo I