

Exercícios de exames - Assíntotas e limites notáveis

1. Seja g a função, de domínio $]1, +\infty[$, definida por $g(x) = 5x - 3 \ln(x - 1)$.

Estude a função g quanto à existência de assíntotas verticais e de assíntotas oblíquas ao seu gráfico e, caso existam, escreva as respetivas equações.

2022, 1ª fase

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja h a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por $h(x) = \frac{e^x + \ln x}{e^x - 1}$.

Estude a função h quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

2022, 2ª fase

3. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \ln(1 + e^x) - x$.

O gráfico de g tem uma assíntota oblíqua, quando x tende para $-\infty$, e tem uma assíntota horizontal, quando x tende para $+\infty$.

Determine uma equação de cada uma dessas assíntotas.

2022, Época especial

4. Seja h a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $h(x) = \frac{x^3}{2x^2 - \ln x}$

Estude a função h quanto à existência de assíntota oblíqua ao seu gráfico e, caso esta exista, escreva a sua equação reduzida.

2021, 1ª fase

5. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} - 3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso estas existam, escreva as respectivas equações.

2021, 2ª fase

6. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{x-1}{e^{x-2}} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função f quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

2021, Época especial

7. Seja f a função definida em $] -\infty, 2]$ por $f(x) = x + \ln(e^x + 1)$

O gráfico de f tem uma assíntota oblíqua.

Determine uma equação dessa assíntota.

2020, 1ª fase

8. Seja h a função, de domínio $] -\infty, 4[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x}-1}{\sin(x-1)} & 1 < x < 4 \end{cases}$$

Mostre que o gráfico da função h tem uma assíntota horizontal e apresente uma equação dessa assíntota.

2020, 2ª fase

9. Seja f a função, de domínio $]0, \frac{\pi}{2}[$, definida por $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{\tan x}$

Mostre que o gráfico da função f não tem assíntotas.

2020, Época especial

10. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

Seja h a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $h(x) = g(x) + 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}$

Sabe-se que o gráfico da função h tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

- (A) 1 (B) 2 (C) e (D) e^2

2019, 1ª fase, caderno 2

11. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $h(x) = \frac{e^x}{x-1}$

Estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

2019, 2ª fase, caderno 2

12. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} x \ln(1-x) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1-3x}{1-e^{-x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

O gráfico da função g tem uma assíntota oblíqua, quando $x \rightarrow +\infty$.
Determine a equação reduzida dessa assíntota.

2019, Época especial, caderno 2

13. Considere a função f definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{x}{\sin x}$

Qual das equações seguintes define uma assíntota do gráfico da função f ?

(A) $x = 0$ (B) $x = \pi$ (C) $x = 1$ (D) $x = \frac{\pi}{2}$

2018, 1ª fase, caderno 2

14. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{e^x}{1-x} & \text{se } x < 1 \\ \frac{\ln(x^2)+2}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico.

2018, 2ª fase, caderno 2

15. Seja h a função, de domínio $[-\frac{\pi}{3}, +\infty[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{\sin(x^2)} & \text{se } -\frac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \frac{e^x}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

2018, Época especial, caderno 2

16. Sejam f e g duas funções de domínio \mathbb{R}^+

Sabe-se que a reta de equação $y = -x$ é assíntota oblíqua do gráfico de f e do gráfico de g

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \times g(x)}{x}$?

- (A) $+\infty$ (B) 1 (C) -1 (D) $-\infty$

2017, 1ª fase, grupo I

17. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados

2017, 2ª fase, grupo II

18. Seja f uma função de domínio \mathbb{R}^-

Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + e^x - x}{x} = 1$
- o gráfico de f tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

2016, 1ª fase, grupo I

19. Considere a função f , de domínio $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$, definida por $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.
Estude a função f quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.

2016, 1ª fase, grupo II

20. Seja f a função, de domínio $] -\frac{\pi}{2}, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2+\sin x}{\cos x} & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntota oblíqua do seu gráfico.

2016, 2ª fase, grupo II

21. Seja f a função, de domínio $] -\frac{3\pi}{2}, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + \cos x & \text{se } -\frac{3\pi}{2} < x < 0 \\ \ln(e^x + x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$

Interprete o valor obtido em termos de assíntotas do gráfico de f

2016, Época especial, grupo II

22. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x-1} & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ (x+1) \ln x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Averigue da existência de assíntotas verticais do gráfico da função f

2015, 1ª fase, grupo II

23. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + xe^x & \text{se } x \leq 3 \\ \ln(x-3) - \ln x & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico

2015, 2ª fase, grupo II

24. Seja f a função, de domínio \mathbb{R}_0^+ , definida por $f(x) = x^2 e^{1-x}$

Estude a função f quanto à existência de assíntota horizontal.

2015, Época especial, grupo II