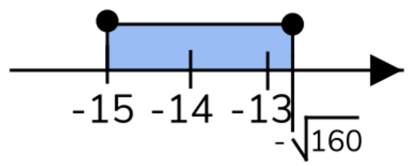
Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2022

Caderno 1

1. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{160} \approx -12,65$.

   Representanto o intervalo $[-15, -\sqrt{160}]$ na reta real:



   O maior número inteiro que pertence ao intervalo $[-15, -\sqrt{160}]$ é -13.

   Opção(C)

2. O total de energia elétrica produzida, de 2010 a 2017, em Portugal = 430 mil milhões quilowatts-hora = 430 000 000 quilowatts-hora.

   Vamos determinar a energia elétrica obtida a partir da luz solar pela utilização de painéis solares, ou seja, 1,1 % de 430 000 000 quilowatts-hora :

$$0,011 \times 430\,000\,000 = 4\,730\,000\,000 \text{ quilowatts-hora}$$

   Agora basta escrever em notação científica:

   $4\,730\,000\,000 = 4,73 \times 10^9$ quilowatts-hora

3. Para calcularmos a mediana primeiro temos de escrever a amostra por ordem crescente:

$$27 \quad 34 \quad 34 \quad 40 \quad 47 \quad 48 \quad 51 \quad 57 \quad 58$$

A mediana, em cêntimos, da poupança realizada pela família nesse período corresponde ao elemento central da amostra ordenada, neste caso é igual a 47.

Opção(C)

4.

4.1. O triângulo $[CEB]$ é retângulo em B, usando o teorema de pitágoras vem que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow 10^2 = \overline{BE}^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{BE}^2 = 75 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{BE} = \pm\sqrt{75} \Leftrightarrow \overline{BE} \approx 8,7 \text{ cm} \quad (\overline{BE} > 0)$$

4.2. Pela observação da figura sabemos que $A\hat{C}B$ é o ângulo inscrito relativo ao arco AB, por isso vem que:

$$A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{60}{2} = 30^o$$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180^o vem que:

$$180 = A\hat{C}B + B\hat{E}C + C\hat{B}E \Leftrightarrow 180 = 30 + 90 + C\hat{B}E \Leftrightarrow C\hat{B}E = 60^o$$

$C\hat{B}E$ é o ângulo inscrito relativo ao arco CD, por isso vem que:

$$C\hat{B}E = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} \Leftrightarrow 60 = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} \Leftrightarrow \overset{\frown}{CD} = 120^o$$

Opção(B)

5. Vamos começar por calcular o volume do cone pequeno, ou seja, o cone de vértice V, em que $[CD]$ é um diâmetro da base:

$$V_{cone\ pequeno} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{\pi \times 1^2 \times 80}{3} \approx 83,7758 \text{ m}^3$$

Agora vamos determinar o volume do cone grande, ou seja, o cone de vértice V, em que $[AB]$ é um diâmetro da base:

$$V_{cone\ grande} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{\pi \times 2^2 \times 160}{3} \approx 670,2064 \text{ m}^3$$

O volume do tronco de cone, representado a sombreado na figura, em metros cúbicos arredondado às unidades, é igual a:

$V_{tronco\ de\ cone} = V_{cone\ grande} - V_{cone\ pequeno} = 670,2064 - 83,7758 \approx 586 \text{ m}^3$

6. O triângulo $[JFG]$ é retângulo em F, usando a definição de cosseno vem que:

$\cos(F\hat{G}J) = \frac{c.adjacente}{hipotenusa} \Leftrightarrow \cos(F\hat{G}J) = \frac{\overline{FG}}{\overline{JG}} \Leftrightarrow \cos(26) = \frac{10}{\overline{JG}} \Leftrightarrow 0,8988 = \frac{10}{\overline{JG}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{JG} = \frac{10}{0,8988} \Leftrightarrow \overline{JG} \approx 11,126 \text{ dm}$

A área do painel fotovoltaico, representado pelo retângulo $[GHIJ]$, arredondado às unidades, é igual a:

$$A_{[GHIJ]} = C \times L = 16 \times 11,126 \approx 178 \text{ dm}^2$$

Caderno 2

7. Recorrendo às regras operatórias de potências temos:

$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{4^6} \times 4^{-3} = \frac{4^{-2}}{4^6} \times 4^{-3} = 4^{-2-6} \times 4^{-3} = 4^{-8} \times 4^{-3} = 4^{-8-3} = 4^{-11} = \left(\frac{1}{4}\right)^{11}$

8.

8.1. Usando a Regra de Laplace e sabendo que vão ser selecionadas algumas turmas desse agrupamento para participarem em atividades distintas, a probabilidade de a turma escolhida ser do 6º ano é:

$$P(\text{"a turma escolhida ser do 6º ano"}) = \frac{nr\ de\ casos\ favoráveis}{nr\ de\ casos\ \ possíveis} = \frac{5}{24}$$

Opção(B)

	6º ano A	6º ano B	6º ano C	6º ano D	6º ano E
9º ano A	A, A	A, B	A, C	A, D	A, E
9º ano B	B, A	B, B	B, C	B, D	B, E
9º ano C	C, A	C, B	C, C	C, D	C, E

8.2. Vamos começar por construir uma tabela de dupla entrada:
Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis.

nº de casos favoráveis = nº de entradas da tabela que que tem um par constituído por duas turmas designadas pela mesma letra = 3

nº de casos possíveis = nº total de entradas da tabela = 15

P("As duas turmas escolhidas serem designadas pela mesma letra")= $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

9. Como o ponto A e o ponto C pertencem ao gráfico da função f e têm ordenada 9, substituindo na expressão da função f a ordenada por nove conseguimos determinar as abcissas destes dois pontos:

$$f(x) = x^2 \Leftrightarrow 9 = x^3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \ \vee \ x = 3$$

Assim vem que, $A(-3, 9)$ e $C(3, 9)$.

Observando a figura vemos que:

Base menor do trapézio = $\overline{OB} = 3$

Base maior do trapézio= $\overline{AC} = 3 + 3 = 6$

Altura do trapézio = 9

A área do trapézio $[AOBC]$ é igual a:

$$A_{[AOBC]} = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{6+3}{2} \times 9 = 40,5$$

10. $\frac{2x-5}{3} + \frac{1}{2}x > 2(x-1) \Leftrightarrow \frac{2x-5}{3} + \frac{1}{2}x > 2x - 2 \Leftrightarrow 4x - 10 + 3x > 12x - 12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + 3x - 12x > 10 - 12 \Leftrightarrow -5x > -2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{5}$

C.S.= $\left] -\infty, \frac{2}{5} \right[$

11. $12x^2 - 7x + 1 = 0$

$a = 12 \qquad b = -7 \qquad c = 1$

Usando a fórmula resolvente temos:

$x = \frac{-b \pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-(-7) \pm\sqrt{(-7)^2-4\times12\times1}}{2\times12} \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm\sqrt{49-48}}{24} \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm\sqrt{1}}{24} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{7+1}{24} \vee x = \frac{7-1}{24} \Leftrightarrow x = \frac{8}{24} \vee x = -\frac{6}{24} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{1}{4}$

C.S.= $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3} \right\}$

12. g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma:

$$g(x) = \frac{a}{x}$$

Sendo a a constante de proporcionalidade inversa.

O ponto P pertence à função g, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

$$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

A expressão algébrica da funação g é: $g(x) = \frac{36}{x}$

Opção(C)

13. Os triângulos [ABE] e [ACD] são semelhantes.

Como $\overline{AC} = 2 \times \overline{AB} \Leftrightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = 2$ então a razão de semelhança entre o triângulo [ABE] e o triângulo [ACD] é igual a 2.

A razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança entre essas figuras, ou seja:

$$\frac{A_{[ACD]}}{A_{[ABE]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{20}{A_{[ABE]}} = 2^2 \Leftrightarrow A_{[ABE]} = \frac{20}{4} \Leftrightarrow A_{[ABE]} = 5$$

Opção(B)

14. Seja x o número de adultos que participaram na visita e y o número de crianças que participaram na mesma visita.

    O preço de entrada para cada adulto foi 12 euros e o preço de entrada para cada criança foi 7,5 euros. O custo total das entradas foi 252 euros., o que corresponde à equação:

    $$12x + 7,5y = 252$$

    O número de adultos era o dobro do número de crianças, o que equivale à equação:

    $$x = 2y$$

    Assim, um sistema de equações que permita determinar determinar o número de adultos e o número de crianças, desse grupo de amigos, que visitaram a exposição pode ser:

    $$\begin{cases} 12x + 7,5y = 252 \\ x = 2y \end{cases}$$

    Opção(A)

15. O número de quadrados de cada termo desta sequência, com exceção do primeiro, obtém-se adicionando 2 unidades ao termo anterior, logo a expressão geradora do número de quadrados desta sequência é igual a $2n + 2$.

    Vamos calcular a ordem do termo da sequência que tem 32 quadrados:

    $$2n + 2 = 32 \Leftrightarrow 2n = 32 - 2 \Leftrightarrow 2n = 30 \Leftrightarrow n = 15$$

    O termo desta sequência que tem 32 quadrados é o termo de ordem 15.

    O número de octógonos de cada termo desta sequência, com exceção do primeiro, obtém-se adicionando 1 unidade ao termo anterior, logo a expressão geradora do número de octógonos desta sequência é igual a n.

    Logo o número de octógonos do termo desta sequência de ordem 15 é igual a 15.

16.

		2012	2014	2015	2017	2019
(1)	A percentagem de energia elétrica produzida por via hídrica e por via eólica, em conjunto, foi a mais baixa.				X	
(2)	Em conjunto, a energia elétrica produzida por via hídrica e por via eólica foi superior a 50%.		X			
(3)	Mais de um quarto da energia elétrica total foi produzida por via eólica.					X