

Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Caderno 1

1. A probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, ter uma massa corporal inferior a 45 kg, é igual à frequência relativa da classe $[40,45[$, ou seja, o valor de k .

Como a soma de todas as frequências relativas é igual a 100%

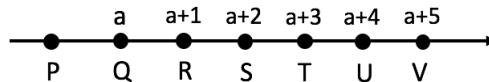
$$k = 100 - 17 - 24 - 29 - 22 \Leftrightarrow k = 8$$

Opção(C)

2. Recorrendo à calculadora sabemos que $4 < 3\sqrt{2} < 5$.

$$4 < 3\sqrt{2} < 5 \Leftrightarrow 4 + a < 3\sqrt{2} + a < 5 + a$$

Assim o ponto de abcissa $3\sqrt{2} + a$ está entre os pontos de abcissa $4+a$ e $5+a$, ou seja entre os pontos U e V.



3. Distância média da Terra ao Sol = 149,6 Milhões km

Distância média de Neptuno ao Sol = $30 \times 149,6$ Milhões km = 4488 Milhões km
 $= 4\,488\,000\,000$ km = $4,488 \times 10^9$ km

A distância média de Neptuno ao Sol é $4,488 \times 10^9$ km.

4. Usando o teorema de pitágoras:

$$\begin{aligned} h^2 &= c_1^2 + c_2^2 \Leftrightarrow h^2 = 48^2 + 62^2 \Leftrightarrow h^2 = 48^2 + 62^2 \Leftrightarrow h^2 = 6148 \Leftrightarrow h = \pm\sqrt{6148} \\ &\Leftrightarrow h = \sqrt{6148} \approx 78,41 \text{ cm} \quad (h > 0) \end{aligned}$$

5. Pela observação da figura sabemos que $\overline{DF} = \overline{BH} + \overline{EF}$

$$\overline{AD} - \overline{BC} = 23 - 12 = 11 \text{ m}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{GE} = \frac{11}{2} = 5,5 \text{ m}$$

Vamos determinar \overline{BH} :

$$\tan(30^\circ) = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \tan(30^\circ) = \frac{\overline{BH}}{5,5} \Leftrightarrow \overline{BH} = 5,5 \times \tan(30^\circ) \approx 3,174 \text{ m}$$

Vamos determinar \overline{EF} :

$$\tan(30^\circ) = \frac{\overline{FE}}{\overline{GE}} \Leftrightarrow \tan(30^\circ) = \frac{\overline{FE}}{5,5} \Leftrightarrow \overline{GE} = 5,5 \times \tan(30^\circ) \approx 3,174 \text{ m}$$

$$\overline{DF} = \overline{BH} + \overline{EF} = 3,174 + 3,174 = 6,35 \text{ m}$$

6.

6.1. Queremos uma reta que intersesta o plano [ABC] e que não seja perpendicular ao mesmo, ou seja a reta AH.

Opção(A)

6.2.

$$V_{cubo} = a^3 \Leftrightarrow 729 = a^3 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{729} \Leftrightarrow a = 9 \text{ cm}$$

$$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \times A_b \times h \Leftrightarrow V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \times 9^2 \times \frac{9}{2} \Leftrightarrow V_{pirâmide} = 121,5 \text{ cm}^3$$

Caderno 2

7. Vamos construir uma tabela de dupla entrada:

	Rapaz 1	Rapaz 2	Rapariga 1	Rapariga 2
Rapaz 1	-			
Rapaz 2		-		
Rapariga 1			-	
Rapariga 2				-

Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis que a professora tem

na escolha de dois elementos do grupo de alunos.

nº de casos favoráveis = nº de entradas da tabela coloridas = 8

nº de casos possíveis = 12

$$P(\text{"Professora escolher dois alunos de gêneros diferentes"}) = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

8. A partir do diagrama de extremos e quartis, podemos identificar o primeiro quartil $Q_1 = 4$ e o terceiro quartil $Q_3 = 7$.

A amplitude interquartis é a diferença entre o quartil 3 e o quartil 1:

$$A = Q_3 - Q_1 = 7 - 4 = 3$$

9. $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

X é o conjunto dos números que pertencem a \mathbb{Z} e que pertencem ao intervalo $] -2, 1[$, ou seja, $X = \{-2, -1, 0\}$.

Opção(B)

10. A base do triângulo $[OAB]$ é igual a 4 e a altura é igual à ordenada do ponto B. Como $\overline{OB} = \overline{AB}$, abscissa do ponto B é igual a 2 ($\frac{0+4}{2} = 2$).

$$B(2, f(2))$$

Usando a expressão analítica da função f conseguimos calcular a ordenada do ponto B: $f(2) = 4 \times (2)^2 = 16$

Logo, a altura do triângulo $[OAB]$ é igual a 16

$$A_{[OAB]} = \frac{b \times h}{2} \Leftrightarrow A_{[OAB]} = \frac{4 \times 16}{2} = 32$$

11. Uma função de proporcionalidade inversa é representada graficamente por uma hipérbole.

Opção(D)

12. Através do tabela sabemos que o primeiro termo da sucessão é igual a -2, logo $b^1 = -2$, ou seja, $b = -2$.

13. $10x^2 - 3x - 1 = 0$

$a = 10 \quad b = -3 \quad c = -1$

Usando a fórmula resolvente temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 10 \times (-1)}}{2 \times 10} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{20} \Leftrightarrow x = \frac{3+7}{20} \vee x = \frac{3-7}{20}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{5}$$

C.S. = $\{-\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\}$

14. $\frac{x+3}{5} > 2(x-1) \Leftrightarrow \frac{x+3}{5} > 2x-2 \Leftrightarrow x+3 > 10x-10 \Leftrightarrow x-10x > -10-3 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow -9x > -13 \Leftrightarrow x < \frac{13}{9}$

C.S. = $] -\infty, \frac{13}{9}[$

15. Vamos resolver o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - - - \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 2y = 3 \\ - - - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 3 \\ - - - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

C.S. = $\{(1, 1)\}$

Opção(B)

16. Recorrendo às regras operatórias de potências temos:

$$(12^3)^2 \times 12^3 \times 3^{-9} = 12^{3 \times 2} \times 12^3 \times \frac{1}{3^9} = 12^6 \times 12^3 \times \frac{1}{3^9} = 12^{6+3} \times \frac{1}{3^9} = 12^9 \times \frac{1}{3^9} =$$

$$= \frac{12^9}{3^9} = \left(\frac{12}{3}\right)^9 = 4^9$$

17. $A_r = L \times C \Leftrightarrow A_r = x \times (x + 3) \Leftrightarrow A_r = x^2 + 3x$

18. $\hat{A}DB$ é o ângulo inscrito relativo ao arco AB, logo a amplitude do ângulo ADB é metade da amplitude do seu arco:

$$\widehat{ADB} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

O triângulo $[ABD]$ é isósceles $AD = BD$ e a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° então temos que:

$$\widehat{DAB} = \widehat{DBA} = \frac{180-30}{2} = 75^\circ$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 75 + 20 = 95^\circ$$

19. Para determinarmos a imagem do ponto P pela translação de vetor \overrightarrow{QS} fazemos a soma do ponto P com o vetor \overrightarrow{QS} :

$$P + \overrightarrow{QS} = P + \overrightarrow{PT} = T$$

20. Observando a figura vemos que a reflexão do ponto F relativamente ao eixo EB é o ponto D e que a translação do ponto D associada ao vetor \overrightarrow{FA} é o ponto C .

Opção(C)

21. Os planos GBC e BGE são ambos perpendiculares ao plano ABC , no entanto não são perpendiculares entre si porque \widehat{GBC} não é um ângulo reto.