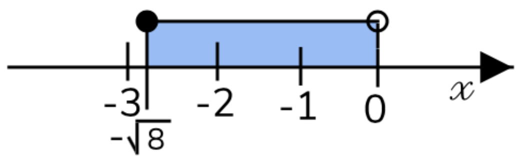
Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2022

Caderno 1

1. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{8} \approx -2,83$.

   Representanto o intervalo $\left[-\sqrt{8}, 0\right[$ na reta real:

   Os números inteiros que pertencem ao intervalo $\left[-\sqrt{8}, 0\right[$ são -2 e -1.

   Opção(C)

2. Volume de água captada para abastecimento, no ano 2019, em Portugal continental $= 834$ milhões $\text{m}^3 = 834\,000\,000\ \text{m}^3$

   Vamos determinar volume de água distribuída pela rede pública, no ano 2019, em Portugal continental, ou seja, $75\ \%$ de $834\,000\,000\ \text{m}^3$:

   $$0,75 \times 834\,000\,000 = 625\,500\,000\ \text{m}^3$$

   Agora basta escrever em notação científica:

   $625\ 500\ 000 = 6,255 \times 10^8\ \ \text{m}^3$

3. Calculando a média do consumo de água, em metros cúbicos, da família nos primeiros oito meses de 2021:

   $$\overline{x} = \frac{13+12+17+18+22+20+21+21}{8} = \frac{144}{8} = 18$$

Opção(A)

4.

4.1. O triângulo $[ABO]$ é retângulo em B, usando o teorema de pitágoras vem que:

$$\overline{AO}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BO}^2 \Leftrightarrow \overline{AO}^2 = 6^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AO}^2 = 52 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{AO} = \pm\sqrt{52} \Leftrightarrow \overline{AO} \approx 7,2 \text{ m} \quad (\overline{AO} > 0)$$

4.2. Pela observação da figura sabemos que:

$$\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{DB} - \overset{\frown}{DC} = 180 - 110 = 70^o$$

$B\hat{D}C$ é o ângulo inscrito relativo ao arco CB, por isso vem que:

$$B\hat{D}C = \frac{\overset{\frown}{CB}}{2} = \frac{70}{2} = 35^o$$

Opção(D)

5. Vamos começar por calcular o volume da pirâmide $[ABCDI]$:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{9^2 \times 36}{3} = 972 \text{ cm}^3$$

Agora vamos determinar o volume da pirâmide $[EFGHI]$ com $36 - 12 = 24$ centímetros de altura:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{6^2 \times 24}{3} = 288 \text{ cm}^3$$

O volume do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, em centímetros cúbicos, é igual a:

$V_{[ABCDEFGH]} = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 972 - 288 = 684 \text{ cm}^3$

6. O triângulo $[BAF]$ é retângulo em A, usando a definição de seno vem que:

$\sin(F\hat{B}A) = \frac{c.oposto}{hipotenusa} \Leftrightarrow \sin(F\hat{B}A) = \frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} \Leftrightarrow \sin(25) = \frac{116}{\overline{BF}} \Leftrightarrow 0,4226 = \frac{116}{\overline{BF}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{BF} = \frac{116}{0,4226} \Leftrightarrow \overline{BF} \approx 274 \text{ m}$

Caderno 2

7. Recorrendo às regras operatórias de potências temos:

$$\frac{3^{12}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4} \times 9^3 = \frac{3^{12}}{3^{-4}} \times \left(3^2\right)^3 = 3^{12-(-4)} \times 3^6 = 3^{16} \times 3^6 = 3^{22}$$

8.

8.1. Usando a Regra de Laplace e sabendo que a diretora de turma vai escolher, ao acaso, um aluno da turma para receber as famílias, a probabilidade de o aluno escolhido ser um rapaz é:

$$P(\text{"o aluno escolhido ser um rapaz"}) = \frac{nr\ de\ casos\ favoráveis}{nr\ de\ casos\ possíveis} = \frac{23-14}{23} = \frac{9}{23}$$

Opção(A)

8.2. Vamos começar por construir uma tabela de dupla entrada:

	ar livre 1	ar livre 2	ar livre 3	sala de aula 1	sala de aula 2
ar livre 1	-				
ar livre 2	-	-			
ar livre 3	-	-	-		
sala de aula 1	-	-	-	-	
sala de aula 2	-	-	-	-	-

Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis.

nº de casos favoráveis = nº de entradas da tabela que que tem um par constituído por duas atividades ao ar livre = 3 nº de casos possíveis = nº total de entradas da tabela menos as entradas da diagonal e as entradas repetidas = 25 - 15 - = 10

P("A Catarina participar em duas das atividades ao ar livre")= $\frac{3}{10}$

9. Base do triângulo $[OAB] = \overline{OA} = 3$

   Altura do triângulo $[OAB] = \overline{AB} = f(3) = 2 \times 3^2 = 18$

   Calculando a área do triângulo:

   $$A_{[OAB]} = \frac{b \times h}{2} = \frac{3 \times 18}{2} = 27$$

   Opção(C)

10. g é uma função de proporcionalidade inversa logo a sua expressão algébrica é da forma:

    $$g(x) = \frac{a}{x}$$

    Sendo a a constante de proporcionalidade inversa.

    O ponto A pertence à função f conseguimos determinar a sua ordenada:

    $$f(3) = 4 \times 3 = 12$$

    Assim, as coordenadas do ponto A são $(3, 12)$.

    O ponto A também pertence à função g, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função g conseguimos calcular a constante de proporcionalidade inversa a:

    $$g(x) = \frac{a}{x} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

    A expressão algébrica da funação g é: $g(x) = \frac{36}{x}$

    Calculando $g(2)$: $g(2) = \frac{36}{2} = 18$

11. $5(1-x) < \frac{x-3}{2} \Leftrightarrow 5-5x < \frac{x-3}{2} \Leftrightarrow 10-10x < x-3 \Leftrightarrow -10x-x < -3-10 \Leftrightarrow$

    $\Leftrightarrow -11x < -13 \Leftrightarrow x > \frac{13}{10}$

    C.S.$= \left]\frac{13}{10}, +\infty\right[$

12. $6x^2 + x - 2 = 0$

    $a = 6 \qquad b = 1 \qquad c = -2$

    Usando a fórmula resolvente temos:

    $x = \frac{-b \pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm\sqrt{1^2-4\times6\times(-2)}}{2\times6} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm\sqrt{1+48}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm\sqrt{49}}{12} \Leftrightarrow$

    $\Leftrightarrow x = \frac{-1+7}{12} \vee x = \frac{-1-7}{12} \Leftrightarrow x = \frac{6}{12} \vee x = -\frac{8}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{2}{3}$

    C.S.$= \{-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\}$

13. Seja x o número de alunos do oitavo ano que participaram na palestra e y o número de alunos do nono ano que participaram na mesma palestra.

    Dos alunos que participaram na palestra, o número de alunos do nono ano excede em 156 o número de alunos do oitavo ano, o que corresponde à equação:

    $$y = x + 156$$

    O número de alunos do oitavo ano é um terço do número de alunos do nono ano o que equivale à equação:

    $$x = \frac{1}{3}y$$

    Assim, um sistema de equações que permita determinar determinar o número de alunos do oitavo ano e o número de alunos do nono ano que participaram na palestra pode ser:

    $$\begin{cases} y = x + 156 \\ x = \frac{1}{3}y \end{cases}$$

    Opção(B)

14. Os triângulos [ADE] e [ABC] são semelhantes.

    Como $\overline{AB} = 3 \times \overline{AD} \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = 3$ então a razão de semelhança entre o triângulo [ABC] e o triângulo [ADE] é igual a 3.

    A razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança entre essas figuras, ou seja:

    $$\frac{A_{[ABC]}}{A_{[ADE]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[ABC]}}{2} = 3^2 \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 9 \times 2 \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 18$$

    Opção(C)

15. Cada termo desta sequência, com exceção do primeiro, obtém-se adicionando 5 unidades ao termo anterior, logo a expressão geradora desta sequência é igual a $5n+?$.

    Quando $n = 1$, o primeiro termo da sequência é igual a 9, desta forma conseguimos determinar o "?":

    $$5 \times 1 + ? = 9 \Leftrightarrow ? = 4$$

    Assim sabemos que a expressão geradora desta sequência é igual a $5n + 4$.

    Vamos calcular a ordem do termo da sequência que é igual a 204:

    $$5n + 4 = 204 \Leftrightarrow 5n = 204 - 4 \Leftrightarrow 5n = 200 \Leftrightarrow n = 40$$

    O termo desta sequência que é igual a 204 tem ordem 40.

16.

		2013	2015	2017	2018	2020
(1)	O volume vendido, per capita, de água mineral natural engarrafada atingiu o valor mais baixo.	X				
(2)	O volume vendido, per capita, de água de nascente engarrafada atingiu o valor mais elevado.					X
(3)	O volume vendido, per capita, de água mineral natural engarrafada foi superior ao volume vendido, per capita, de água de nascente engarrafada.			X		