Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova de Matemática | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2021

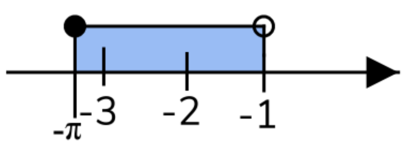
Caderno 1

1. Os números irracionais que pertencem ao conjunto P são: $\{\sqrt{13}, 2+\pi\}$

   Opção(D)

2. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $\pi \approx 3,14$.

   Representanto o intervalo $[-\pi, -1[$ na reta real:



   O menor inteiro que pertence ao intervalo é -3.

   Opção(B)

3. Em 2018, relativamente ao ano de 2012, registou-se um aumento de 60% (de 980 mil pessoas) no número de visitantes.

   O aumento de visitantes em 2018, relativamente ao ano de 2012, é igual a:

$$980 \times 0,60 = 588 \text{ mil pessoas}$$

   Em 2018, os museus tutelados pelo Estado Português foram visitados por $980 + 588 = 1568$ mil pessoas

   Escrevendo o número em notação científica:

$$1568 \text{ mil pessoas} = 1568000 = 1,568 \times 10^6 \text{ pessoas}$$

4. $A_{[ABCD]} = (3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

   $A_{[EFGH]} = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$

   $A_{[região\ \ sombreada]} = A_{[ABCD]} - A_{[EFGH]} = 9x^2+12x+4-(x^2-1) = 9x^2+12x+4-x^2+1 =$
   $= 8x^2 + 12x + 5$

   Opção(C)

5.

   5.1. O triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, usando a definição de seno vem que:

   $\sin A\hat{C}B = \frac{c.oposto}{hipotenusa} \Leftrightarrow \sin A\hat{C}B = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \sin A\hat{C}B = \frac{6}{7} \Leftrightarrow \sin A\hat{C}B \approx 0,857 \Leftrightarrow$
   $\Leftrightarrow A\hat{C}B \approx \sin^{-1}(0,857) \Leftrightarrow A\hat{C}B \approx 59^o$

   5.2. O triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, usando o teorema de pitágoras vem que:

   $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \;\Leftrightarrow\; 7^2 = 6^2 + \overline{BC}^2 \;\Leftrightarrow\; \Leftrightarrow\; \overline{BC}^2 = 49 - 36 \;\Leftrightarrow$
   $\overline{BC} = \pm\sqrt{13} \;\Leftrightarrow\; \overline{BC} \approx 3,6 \text{ m} \quad (\overline{BC} > 0)$

6.

   6.1. Pela observação da figura sabemos que os planos que contêm a bases $[MNOP]$, $[EFGH]$ e $[ADBC]$ são paralelos.

   A reta BG é perpendicular aos planos que contêm a bases $[EFGH]$ e $[ADBC]$ logo também é perpendicular ao plano que contém a base $[MNOP]$.

   Opção(B)

   6.2. Vamos começar por calcular o volume do prisma quadrangular reto:

   $$V_{[ABCDEFGH]} = A_b \times h = 1,4^2 \times 1,8 = 3,528 \text{ m}^3$$

Calculando o volume da pirâmide reta com 18 metros de altura:

$$V_{[Pirâmide\ reta\ grande]} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{1{,}2^2 \times 18}{3} = 8,64 \text{ m }^3$$

Calculando o volume da pirâmide reta com $18 - 4,5 = 13,5$ metros de altura e base quadrada $[NOPM]$:

$$V_{[Pirâmide\ reta\ pequena]} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{0{,}9^2 \times 13{,}5}{3} = 3,645 \text{ m }^3$$

O volume do obelisco em metros cúbicos, arredondado às unidades é igual a:

$V_{obelisco} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[Pirâmide\ reta\ grande]} - V_{[Pirâmide\ reta\ pequena]} =$

$= 3,528 + 8,64 - 3,645 = 8,523 \approx 9 \text{ m }^3$

Caderno 2

7. Recorrendo às regras operatórias de potências temos:

$\frac{7^3}{7^8} \times 7^{-4} = 7^{(3-8)} \times 7^{-4} = 7^{-5} \times 7^{-4} = 7^{(-5+(-4))} = 7^{-9} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$

8.

8.1. Usando a Regra de Laplace e sabendo que será premiada uma das cinco famílias, a probabilidade de a família da Beatriz vir a ser premiada é:

$$P(\text{"família da Beatriz vir a ser premiada"}) = \frac{n\ de\ casos\ favoráveis}{n\ de\ casos\ \ possíveis} = \frac{1}{5}$$

Opção(B)

	Ana	Bruna	Clara	Daniel	Eduardo	Francisco
Ana	-	A, B	A, C	A, D	A, E	A, F
Bruna	B, A	-	B, C	B, D	B, E	B, F
Clara	C, A	C, B	-	C, D	C, E	C, F
Daniel	D, A	D, B	D, C	-	D, E	D, F
Eduardo	E, A	E, B	E, C	E, D	-	E, F
Francisco	F, A	F, B	F, C	F, D	F, E	-

8.2. Vamos começar por construir uma tabela de dupla entrada:
Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis.

nº de casos favoráveis = nº de entradas da tabela que que tem um par constituído por uma rapariga e um rapaz = 18

nº de casos possíveis = nº total de entradas da tabela menos as entradas da diagonal = 36 - 6 = 30

P("O par contemplado com as entradas ser constituído por uma rapariga e um rapaz")= $\frac{18}{30} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

9. As coordenadas do ponto A são $(4, 3)$, sendo que este ponto pertence à função g.

Sendo a função g uma função de proporcionalidade inversa e sabendo as coordenadas do ponto A podemos calcular a constante de proporcionalidade inversa:

$$k = x \times y = 4 \times 3 = 12$$

Logo a expressão algébrica da função g é:

$$g(x) = \frac{k}{x} = \frac{12}{x}$$

Como o ponto P também pertence à função g conseguimos determinar a sua ordenada:

$$g(2) = \frac{12}{2} = 6$$

Assim, as coordenadas do ponto P são $(2, 6)$.

O ponto P também pertence à função f, substituindo as coordenadas deste ponto na expressão algébrica da função f conseguimos calcular a constante a:

$$f(x) = ax^2 \Leftrightarrow 6 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 6 = a \times 4 \Leftrightarrow a = \frac{6}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

A constante a é igual a $\frac{3}{2}$.

10. $-\frac{3x}{2} + \frac{6+x}{7} < \frac{1}{14}(x+3) \;\Leftrightarrow\; -\frac{3x}{2} + \frac{6+x}{7} < \frac{x}{14} + \frac{3}{14} \;\Leftrightarrow\; -\frac{21x}{14} + \frac{12+2x}{14} < \frac{x}{14} + \frac{3}{14} \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; -21x + 12 + 2x < x + 3 \;\Leftrightarrow\; -21x + 2x - x < 3 - 12 \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; -20x < -9 \;\Leftrightarrow\; x > \frac{-9}{-20} \;\Leftrightarrow\; x > \frac{9}{20}$

    C.S.$=]\frac{9}{20}, +\infty[$

11. $-4x^2 - 4x + 3 = 0$

    $a = -4 \qquad b = -4 \qquad c = 3$

    Usando a fórmula resolvente temos:

    $x = \frac{-b \pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{-(-4) \pm\sqrt{(-4)^2-4\times(-4)\times 3}}{2\times(-4)} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{4 \pm\sqrt{16+48}}{-8} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{4 \pm\sqrt{64}}{-8} \;\Leftrightarrow$
    $\Leftrightarrow\; x = \frac{4+8}{-8} \vee x = \frac{4-8}{-8} \;\Leftrightarrow\; x = \frac{12}{-8} \vee x = \frac{-4}{-8} \;\Leftrightarrow\; x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{1}{2}$

    C.S.$= \{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$

12. Como as retas r e s são paralelas então têm o mesmo declive.
    Por isso, a equação reduzida da reta r é da forma:

    $$y = -3x + b$$

    Substituindo as coordenadas do ponto P (ponto pertencente à reta r) na equação da reta r conseguimos determinar a constante b:

    $$y = -3x + b \;\Leftrightarrow\; 6 = -3 \times 3 + b \;\Leftrightarrow\; 6 = -9 + b \;\Leftrightarrow\; b = 15$$

    A equação da reta r é $y = -3x + 15$

13. Observando a figura vemos que o ponto I é o ponto de interseção de duas retas:

    - Uma das retas tem declive negativo e ordenada na origem (b) igual a 3
    - A outra reta tem declive positivo e ordenada na origem (b) igual a -2

Logo o sistema de equações que permite determinar as coordenadas do ponto I é:

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$$

Opção(D)

14.

14.1. Pela observação da figura os arcos são iguais entre si.

$$\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{BA} = \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{ED} = \overset{\frown}{DC} = \frac{360}{5} = 72^o$$

$E\hat{C}A$ é o ângulo inscrito relativo ao arco AE, por isso vem que:

$$E\hat{C}A = \frac{\overset{\frown}{AE}}{2} = 36^o$$

$C\hat{A}D$ é o ângulo inscrito relativo ao arco CD, por isso vem que:

$$C\hat{A}D = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} = 36^o$$

Considerando o triângulo [CJA] e sabendo que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180^o, vem que:

$$A\hat{J}C = 180 - 36 - 36 = 108^o$$

14.2. Pela observação da figura concluímos que o ponto C é uma transformação do ponto A por uma reflexão axial de eixo BO.

Da mesma forma, o ponto G é uma transformação do ponto H por uma reflexão axial de eixo BO e o ponto F é também uma transformação do ponto I por uma reflexão axial de eixo BO

Opção(D)

15. Como cada termo desta sequência, com exceção do primeiro, obtém-se multiplicando o termo anterior por $\frac{1}{2}$, conseguimos continuar a preencher esta tabela:

1º termo	2º termo	3º termo	4º termo	5º termo	6º termo
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$	$\frac{1}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$	$\frac{1}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$

O termo desta sequência que é igual a $\frac{1}{64}$ tem ordem 6.