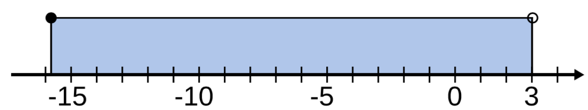
Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2019

Caderno 1

1. Recorrendo à máquina de calcular sabemos que $-\sqrt{250} \approx -15,8$.

   Representanto o intervalo $[-\sqrt{250}, 3[$ na reta real:



   Assim, o menor número inteiro e o maior número inteiro que pertencem ao intervalo representado são, respectivemente, -15 e 2.

2.

   2.1. A reta DF está contida no plano que contem a face [DFCB] do prisma. Como a face [DFCB] é perpendicular ao plano que contem a face [ABFE] então concluímos que a reta DF é perpendicular ao plano que contem a face [ABFE].

   Opção(B)

   2.2. O triângulo [ABC] é retângulo em B, usando o teorema de pitágoras vem que:

   $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6^2 + 0,72^2 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36,5184 \Leftrightarrow$
   $\Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{36,5184} \Leftrightarrow \overline{AC} \approx 6,04 \text{ m} \quad (\overline{AC} > 0)$

3. Vamos começar por ordenar os dados por ordem crescente:

$$\underbrace{153 \quad 159 \quad 175 \quad 179 \quad 184}_{50\%} \;\overset{Q_2}{\Big|}\; \underbrace{194 \quad 204 \quad 210 \quad 214 \quad 223}_{50\%}$$

Logo, $\tilde{x} = Q_2 = \frac{184+194}{2} = 189$

4. Massa total dos detritos plásticos = 79 milhões Kg = 79 000 000 Kg

Vamos determinar a massa dos detritos plásticos provenientes de redes de pesca,ou seja, 46 % de 79 000 000 Kg:

$$\frac{79\ 000\ 000}{x} = \frac{100\%}{46\%} \Leftrightarrow x = \frac{79\ 000\ 000 \times 46\%}{100\%} \Leftrightarrow x = 36\,340\,000 \text{ Kg}$$

Agora basta escrever em notação científica:

$36\ 340\ 000 = 3,634 \times 10^7$ Kg

5. $\sqrt[3]{64} = 4$ que é um número inteiro.

$\frac{1}{64}$ e $\frac{1}{7}$ são frações cujo o numerador e denominador são números inteiros logo são números racionais, isto é, podem ser representados por dízimas finitas ou infinitas periódicas.

$\sqrt{7} = 4$ é um número irracional por isso a sua representação é uma dízima infinita não periódica.

Opção(A)

6. Vamos começar por determinar $\overline{AC}$.

O triângulo [ACB] é retângulo em C, usando a definição de seno vem que:

$\sin A\hat{B}C = \frac{c.oposto}{hipotenusa} \Leftrightarrow \sin 42^o = \frac{\overline{AC}}{18} \Leftrightarrow \overline{AC} = \sin 42^o \times 18 \Leftrightarrow \overline{AC} \approx 0,6691 \times 18$
$\Leftrightarrow \overline{AC} \approx 12,0438$ m

De acordo com a figura, a distância do ponto A à reta s é:

$$\overline{AC} + 2,8 \approx 12,0438 + 2,8 \approx 14,8 \text{ m}$$

7. O futuro contentor terá o mesmo volume e a mesma altura do contentor atual logo temos que:

$V_{Futuro\ contentor} = V_{Contentor\ atual} \Leftrightarrow V_{Prisma\ quadrangular} = V_{Cilindro} + V_{Semiesfera} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow A_{Quadrado} \times altura = A_{Círculo} \times altura + \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow aresta^2 \times (7,6 + 2,4) = \pi \times 2,4^2 \times 7,6 + \frac{4\pi \times (2,4)^3}{6} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow aresta^2 \times 10 = \pi \times 5,76 \times 7,6 + \frac{4\pi \times 13,824}{6} \Leftrightarrow aresta^2 = \frac{\pi \times 43,776 + \frac{4\pi \times 13,824}{6}}{10} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow aresta^2 \approx 16,65 \Leftrightarrow aresta = \pm\sqrt{16,65} \Leftrightarrow aresta_{\ (aresta > 0)} \approx 4,1$ dm

---

Caderno 2

8.

8.1. Usando a Regra de Laplace e sabendo que queremos escolher um de cinco amigos, a probabilidade de a Ana ser selecionada é:

$$P(\text{"A Ana ser selecionada"}) = \frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis} = \frac{1}{5}$$

8.2. Vamos começar por construir uma tabela de dupla entrada:

	A	B	C	D	E
A	-	A , B	A , C	A , D	A , E
B	B , A	-	B , C	B , D	B , E
C	C , A	C , B	-	C , D	C , E
D	D , A	D , B	D , C	-	D , E
E	E , A	E , B	E , C	E , D	-

Deste modo conseguimos perceber todas as hipóteses possíveis.

nº de casos favoráveis = nº de entradas da tabela que consta um rapaz e uma rapariga = 12

nº de casos possíveis = nº total de entradas da tabela menos as entradas da diagonal = 25 - 5=20

P("Serem selecionados um rapaz e uma rapariga")= $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

9.

9.1. De acordo com o gráfico da figura sabemos que $d(1) = 2,5$. Portanto ao fim de 1 hora de caminhada as duas amigas estavam a $2,5$ km da praia.

9.2. Observando o gráfico da figura sabemos que:

$$d(0) = 7,5 \text{ e } d(1,5) = 0$$

Opção(B)

10. Desenvolvendo o caso notável temos:

$$(x-3)^2 - x^2 = x^2 - 6x + 9 - x^2 = -6x + 9$$

Opção(D)

11. $\frac{2+x}{3} > 2(x-1) \Leftrightarrow \frac{2+x}{3} > 2x - 2 \Leftrightarrow 2 + x > 6x - 6 \Leftrightarrow x - 6x > -6 - 2 \Leftrightarrow -5x > -8 \Leftrightarrow x < \frac{8}{5}$

C.S.$=]-\infty, \frac{8}{5}[$

12. $10x^2 + x - 2 = 0$

    $a = 10 \qquad b = 1 \qquad c = -2$

    Usando a fórmula resolvente temos:

    $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times10\times(-2)}}{2\times10} \Leftrightarrow x = \frac{-1\pm\sqrt{81}}{20} \Leftrightarrow x = \frac{-1\pm\sqrt{81}}{20} \Leftrightarrow x = \frac{-1+9}{20} \vee x = \frac{-1-9}{20} \Leftrightarrow x = \frac{8}{20} \vee x = -\frac{10}{20} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} \vee x = -\frac{1}{2}$

    C.S.$= \{-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\}$

13. Como as grandezas x e y são inversamente proporcionais então sabemos que $x \times y = k$, em que k é a constante de proporcionalidade inversa.

    Calculando a constante de proporcionalidade inversa, vem que:

    $$k = 10 \times 9 = 90$$

    Logo,

    $$15 \times a = 90 \Leftrightarrow a = \frac{90}{15} \Leftrightarrow a = 6$$

14. Vamos começar por determinar o termo geral da sucessão:

    $$u_n = 4n + 1$$

    Para saber a ordem do termo da sequência que tem 4021 círculos basta resolver a equação:

    $$4n + 1 = 4021 \Leftrightarrow 4n = 4020 \Leftrightarrow n = \frac{4020}{4} \Leftrightarrow n = 1005$$

    Assim temos que o termo da sequência de ordem 1005 tem 4021 círculos.

15. Seja x o número de praticantes de surf e y o número de praticantes de bodyboard que estavem na praia quando a Maria chegou.

Quando a Maria chegou à praia verificou que o número total de praticantes de surf e de bodyboard era 51, o que corresponde à equação:

$$x + y = 51$$

Ao fim de algum tempo, verificou que, relativamente aos números iniciais, havia mais 7 praticantes de surf e menos 4 de bodyboard, e que o número de praticantes de surf era o dobro do número de praticantes de bodyboard o que equivale à equação:

$$x + 7 = 2(y - 4)$$

Assim, um sistema de equações que permita determinar o número de alunos do 2º ciclo e o número de alunos do 3º ciclo que participaram na visita de estudo pode ser:

$$\begin{cases} x + y = 51 \\ x + 7 = 2(y - 4) \end{cases}$$

16. De acordo com a figura, se $\overline{AB} = \overline{BC}$ então $\overline{CD} = \overline{DA}$. Assim sabemos que:

$$\overset{\frown}{DA} = \overset{\frown}{CD} = 110^o$$

Logo, $\overset{\frown}{CA} = 360 - 110 - 110 = 140^o$

Como o ângulo $A\hat{D}C$ é o ângulo inscrito relativo a $\overset{\frown}{CA}$, então a sua amplitude é igual a metade da amplitude do arco correspondente:

$$A\hat{D}C = \frac{\overset{\frown}{CA}}{2} = \frac{140}{2} = 70^o$$

17. Com a regra do paralelogramo conseguimos saber o vetor resultante da soma dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EC}$$

Observando a figura, concluímos que a imagem do ponto E pela translação de vetor $\vec{u}+\vec{v}$ é o ponto C.

Opção(C)

18. Pelo critério AA, os triângulos [ABC] e [EAD] são semelhantes:

$$E\hat{D}A = A\hat{B}C \text{ (ângulos retos)} \quad \text{e} \quad E\hat{A}D = B\hat{A}C \text{ (ângulos verticalmente opostos)}$$

Logo os seus lados são proporcionais:

$$\frac{\overline{ED}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{EA}}{\overline{AC}}$$

Observando a figura verificamos que $\overline{DA} = a - \overline{AB}$, assim vem que:

$$\frac{2}{4} = \frac{a-\overline{AB}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow 2\overline{AB} = 4(a-\overline{AB}) \Leftrightarrow 2\overline{AB} = 4a - 4\overline{AB} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2\overline{AB} + 4\overline{AB} = 4a \Leftrightarrow 6\overline{AB} = 4a \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{4a}{6} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{2}{3}a$$