Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1ª Fase | 3º Ciclo do Ensino Básico | 2015

Caderno 1

1.

1.1. Usando a Regra de Laplace temos que:

$$P(\text{"O aluno ter altura inferior a 155 cm"}) = \frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis} = \frac{6+3}{25} = \frac{9}{25} = 0,36 = 36\%$$

1.2. Usando a fórmula de cálculo da média das alturas temos que:

$\frac{150\times6+154\times3+156\times2+160\times10+a\times4}{25} = 158 \Leftrightarrow 3274 + 4a = 158\times25 \Leftrightarrow 4a = 158\times25 - 3274$
$\Leftrightarrow a = \frac{676}{4} \Leftrightarrow a = 169$

2. Independentemente do tamanho dos ladrilhos usados para pavimentar o terraço a sua área é sempre a mesma, o que corresponde à equação:

$A_{terrao} = 400\times9 \Leftrightarrow 225\times l^2 = 3600 \Leftrightarrow l^2 = \frac{3600}{225} \Leftrightarrow l^2 = 16 \Leftrightarrow l = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow l = 4 \quad (l > 0)$

O comprimento dos lados de cada um dos 225 ladrilhos é igual a 4 dm.

3. $A \cap \mathbb{Q}$ é o conjunto de números que pertencem a A e a $\mathbb{Q}$

Temos que:

$$\sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \qquad \sqrt{6,25} = 2,5 = \frac{25}{20} \in \mathbb{Q} \qquad \pi \notin \mathbb{Q} \qquad \sqrt[3]{125} = 5 \in \mathbb{Q}$$

Assim, $A \cap \mathbb{Q} = \{\sqrt{6,25}; \sqrt[3]{125}\}$

Opção(D)

4.

4.1. O triângulo [ABC] é retângulo em B e o triângulo [ABD] é retângulo em D. O lado $\overline{AB}$ é a hipotenusa do triângulo [ABD] que corresponde à hipotenusa do triângulo [ABC], ou seja, $\overline{AC}$.

4.2. De acordo com a figura temos que:

$A_{região\ sombreada} = A_{semicírculo} - A_{[ABC]} \Leftrightarrow A_{região\ sombreada} = \frac{\pi r^2}{2} - \frac{\overline{AC}\times\overline{BD}}{2} \Leftrightarrow A_{região\ sombreada} = \frac{\pi 5^2}{2} - \frac{10\times4}{2} \Leftrightarrow A_{região\ sombreada} \approx \frac{3,14\times25}{2} - 20 \Leftrightarrow A_{região\ sombreada} \approx 19,3\ \text{cm}^2$

5.

5.1. O volume total do sólido é representado pela fórmula: $V_{sólido} = V_{cilindro} + V_{semiesfera} \Leftrightarrow 285 = A_{base} \times a + \frac{\frac{4}{3}\pi \times r^3}{2} \Leftrightarrow 285 = \pi 3^2 \times \overline{DA} + \frac{\frac{4}{3}\pi \times 3^3}{2} \Leftrightarrow 285 = 9\pi \times \overline{DA} + \frac{4\pi \times 27}{6} \Leftrightarrow 285 - \frac{4\pi \times 27}{6} = 9\pi \times \overline{DA} \Leftrightarrow \overline{DA} = \frac{285 - \frac{4\pi \times 27}{6}}{9\pi} \Leftrightarrow \overline{DA} \approx 8,1$ cm

5.2. $\overrightarrow{BC} + A = D$

Opção(D)

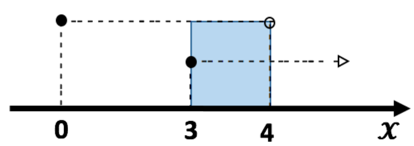
Caderno 2

---

6. Recorrendo às regras operatórias de potências temos:

$\frac{3^{21} \times 3^{-7}}{(3^2)^5} = \frac{3^{21-7}}{3^{2\times 5}} = \frac{3^{14}}{3^{10}} = 3^{14-10} = 3^4$

7.



$A \cap B = [0,4[\cap [3,+\infty[= [3,4[$

Opção(C)

8. A turma A tem frequêcia relativa maior quando a classificação é 5 por isso a moda é 5, enquanto que a turma B tem frequêcia relativa maior quando a classificação é 4 por isso a moda é 4.

A mediana da turma A corresponde à classificação quando a frequência relativa somada é igual a 50%, ou seja, a mediana nesta turma é igual a 4.

Da mesma forma a mediana da turma B corresponde à classificação quando a frequência relativa somada é igual a 50%, ou seja, a mediana nesta turma é igual a 3.

Opção(D)

9. $\frac{x(x-4)}{4} = 9 - x \;\Leftrightarrow\; \frac{x^2-4x}{4} = 9 - x \;\Leftrightarrow\; x^2 - 4x = 36 - 4x \;\Leftrightarrow\; x^2 - 36 = 0 \;\Leftrightarrow\; (x+6)(x-6) = 0 \;\Leftrightarrow\; x + 6 = 0 \;\vee\; x - 6 = 0 \;\Leftrightarrow\; x = -6 \;\vee\; x = 6$

   C.S.$= \{-6, 6\}$

10. $1 - (3x - 2) < 4 + x \;\Leftrightarrow\; 1 - 3x + 2 < 4 + x \;\; -3x - x < 4 - 2 - 1 \;\Leftrightarrow\; -4x < 1 \;\Leftrightarrow\; x > -\frac{1}{4}$

    C.S.$=]-\frac{1}{4}, +\infty[$

11. Seja x o número de narizes vermelhos vendidos e y o número de ímanes vendidos.

    "Hoje vendemos 96 objetos"corresponde à equação:

    $$x + y = 96$$

    "Cada nariz vermelho é vendido por 2 euros e cada íman é vendido por 3 euros"e "recebemos um total de 260 euros"corresponde à equação:

    $$2x + 3y = 260 \;\Leftrightarrow\; h + 2 = \frac{m+3}{3}$$

    Assim, um sistema de equações que permita determinar o número de homens e o número de mulheres, pode ser:

    $$\begin{cases} x + y = 96 \\ 2x + 3y = 260 \end{cases}$$

12.

    12.1. Como f uma função de proporcionalidade direta então a sua expressão algébrica é da forma:

    $$f(x) = kx$$

    O ponto (2,4) $\in f$ assim conseguimos calcular a constante de proporcionalidade direta:

    $$f(x) = kx \;\Leftrightarrow\; 4 = k \times 2 \;\Leftrightarrow\; k = \frac{4}{2} \;\Leftrightarrow\; k = 2$$

    Portanto temos $f(x) = 2x$ onde $f(1) = 2 \times 1 = 2$.

    12.2. Sabemos que $f(2) = 4$ e $g(2) = 2^2 = 4$, ou seja, (2,4)$\in f$ e (2,4)$\in g$.

13. A função $h(x) = x + 2$ é uma reta de declive 1 e ordenada na origem 2.

    A reta r é uma reta de declive negativo logo não pode ser o gráfico da função h.

    Apesar de s ser uma reta de declive positivo, a sua ordenada na origem é negativa logo também não pode ser o gráfico da função h.

14. O triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo em C, logo podemos usar o Teorema de Pitágoras:

$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 \;\Leftrightarrow\; (a-1)^2 = (a-2)^2 + (\sqrt{7})^2 \;\Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 = a^2 - 4a + 4 + 7 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; a^2 - a^2 - 2a + 4a = 4 + 7 - 1 \;\Leftrightarrow\; 2a = 10 \;\Leftrightarrow\; a = \frac{10}{2} \;\Leftrightarrow\; a = 5$

15. O lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância ao ponto A é igual a 5 cm é uma superfície esférica de centro em A e raio 5 cm.

Opção(B)

16.

16.1. O ângulo C$\hat{B}$A é o ângulo inscrito relativo ao $\widehat{AC}$, assim C$\hat{B}$A é igual a metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$\text{C}\hat{B}\text{A}= \frac{\widehat{AC}}{2} \;\Leftrightarrow\; \text{C}\hat{B}\text{A}= \frac{100}{2} \;\Leftrightarrow\; \text{C}\hat{B}\text{A}= 50^o$$

O triângulo [ABC] é isósceles, $\overline{AB} = \overline{BC}$, e a lados iguais opôem-se ângulos iguais, logo temos que $B\hat{C}A = C\hat{A}B$.

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180^o:

$C\hat{B}A + B\hat{C}A + C\hat{A}B = 180 \;\Leftrightarrow\; 50 + 2C\hat{A}B = 180 \;\Leftrightarrow\; 2C\hat{A}B = 180 - 50 \;\Leftrightarrow\; C\hat{A}B = \frac{130}{2}\; Lef$
$\Leftrightarrow\; C\hat{A}B = 65^o$

16.2. Pela definição de tangente temos que:

$\tan(\alpha) = \frac{cateto \quad oposto}{cateto \;\; adjacente} \;\Leftrightarrow\; \tan(\alpha) = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

Considerando o triângulo [ABD], $\overline{AD}$ e $\overline{BD}$ são os catetos adjacente e oposto em relação ao ângulo $D\hat{B}A$, respectivamente .

Assim, $\alpha = D\hat{B}A$