Resolução - Semelhança de triângulos

1. Os triângulos [ADE] e [ABC] são semelhantes.

   Como $\overline{AB} = 3 \times \overline{AD} \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = 3$ então a razão de semelhança entre o triângulo [ABC] e o triângulo [ADE] é igual a 3.

   A razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança entre essas figuras, ou seja:

   $$\frac{A_{[ABC]}}{A_{[ADE]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[ABC]}}{2} = 3^2 \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 9 \times 2 \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 18$$

   Opção(C)

   2022, 1ª fase, caderno 2

2. Pelo critério AA, os triângulos [ABC] e [EAD] são semelhantes:

   $$E\hat{D}A = A\hat{B}C \text{ (ângulos retos) e } E\hat{A}D = B\hat{A}C \text{ (ângulos verticalmente opostos)}$$

   Logo os seus lados são proporcionais:

   $$\frac{\overline{ED}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{EA}}{\overline{AC}}$$

   Observando a figura verificamos que $\overline{DA} = a - \overline{AB}$, assim vem que:

   $$\frac{2}{4} = \frac{a-\overline{AB}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow 2\overline{AB} = 4(a - \overline{AB}) \Leftrightarrow 2\overline{AB} = 4a - 4\overline{AB} \Leftrightarrow$$
   $$\Leftrightarrow 2\overline{AB} + 4\overline{AB} = 4a \Leftrightarrow 6\overline{AB} = 4a \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{4a}{6} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{2}{3}a$$

   2019, 1ª fase, caderno 2

3. Pelo critério AA, os triângulos [AXY] e [ABC] são semelhantes:

   $$A\hat{X}Y = A\hat{B}C \text{ (ângulos retos) e } X\hat{A}Y = B\hat{A}C$$

   Logo os seus lados são proporcionais:

   $$\frac{\overline{AX}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{XY}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AY}}{\overline{AC}}$$

Usando a proporção acima conseguimos determinar $\overline{XY}$:

$$\frac{52}{78} = \frac{\overline{XY}}{58{,}5} \Leftrightarrow \overline{XY} = \frac{52 \times 58{,}5}{78} \Leftrightarrow \overline{XY} = 39 \text{ cm}$$

2019, Época especial, caderno 1

4. Os triângulos [ABI] e [CDI] são semelhantes porque têm um ângulo igual $B\hat{I}A = C\hat{I}D$ (ângulos opostos) e os lados opostos a cada um dos dois ângulos ($\overline{AB}$ e $\overline{CD}$) são paralelos.

   Logo os seus lados são proporcionais:

   $$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{IA}}{\overline{ID}} = \frac{\overline{IB}}{\overline{IC}}$$

   Opção(C)

   2018, 1ª fase, caderno 2

5. As retas r, s e t são concorrentes num ponto, isto é, as três retas intersetam-se num único ponto, vamos chamar a este ponto o ponto I.

   Os triângulos $[IXU]$ e $[IVY]$ são semelhantes, logo os seus lados são correspondentes:

   $$\frac{UX}{VY} = \frac{UV}{VI} = \frac{XY}{YI} \ \Leftrightarrow \ \frac{9}{4} = \frac{UV}{VI} = \frac{XY}{YI}$$

   Os triângulos $[IXW]$ e $[IYZ]$ também são semelhantes, logo os seus lados também são correspondentes:

   $$\frac{XW}{YZ} = \frac{XY}{YI} = \frac{WZ}{ZI} \ \Leftrightarrow \ \frac{XW}{YZ} = \frac{9}{4} = \frac{WZ}{ZI}$$

   Opção(C)

   2018, 2ª fase, caderno 2

6. Os triângulos [ABC] e [DEC] têm um ângulo comum ($A\hat{C}B = D\hat{C}E$) e os lados opostos a esse ângulo são paralelos, por isso os triângulos [ABC] e [DEC] são semelhantes, ou seja, os seus lados são proporcionais:

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{DA}}$$

Opção(A)

2018, Época especial, caderno 2

7. Observando a figura sabemos que $\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} = 4,5 + 8 = 12,5$ cm

   Os triângulos [ABO] e [CDO] são semelhantes visto que têm um ângulo comum (em O) e os lados opostos a este ângulo ($\overline{AB}$ e $\overline{CD}$) são paralelos.

   Como os lados são proporcionais temos que:

   $$\frac{\overline{OB}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OC}} \Leftrightarrow \frac{9,6}{\overline{OD}} = \frac{8}{12,5} \Leftrightarrow \overline{OD} = \frac{9,6 \times 12,5}{8} \Leftrightarrow \overline{OD} = 15 \text{ cm}$$

   De acordo com a figura, $\overline{OD} = \overline{OB} + \overline{BD} \Leftrightarrow 15 = 9,6 + \overline{BD} \Leftrightarrow \overline{BD} = 15 - 9,6 = 5,4$ cm

   2016, 1ª fase, caderno 1

8. De acordo com a figura sabemos que *Diâmetro de* $C_2 = \overline{PC}$

   Os triângulos [PCD] e [PAB] são semelhantes visto que têm um ângulo comum (em P) e os lados opostos a este ângulo ($\overline{AB}$ e $\overline{CD}$) são paralelos.

   Como os lados são proporcionais temos que:

   $$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \frac{3,5}{\overline{PC}} = \frac{2}{6} \Leftrightarrow \overline{PC} = \frac{3,5 \times 6}{2} \Leftrightarrow \overline{PC} = 10,5 \text{ cm}$$

   Opção(C)

   2016, 2ª fase, caderno 2

9. Os triângulos [OAB] e [OCD] são semelhantes porque têm um ângulo comum $B\hat{O}A = D\hat{O}C$ e os lados opostos a este ângulo ([AB] e [CD]) são paralelos.

   Logo os lados dos triângulos [OAB] e [OCD] são diretamente proporcionais:

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \frac{9{,}8}{\overline{OC}} = \frac{5{,}6}{8{,}4} \Leftrightarrow \overline{OC} = \frac{9{,}8 \times 8{,}4}{5{,}6} \Leftrightarrow \overline{OC} = 14,7 \text{ cm}$$

   De acordo com a figura temos que:

$$\overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA} = 14,7 - 9,8 = 4,9 \text{ cm}$$

   2016, Época especial, caderno 1

10. O triângulo [ABC] é retângulo em B e o triângulo [ABD] é retângulo em D. O lado $\overline{AB}$ é a hipotenusa do triângulo [ABD] que corresponde à hipotenusa do triângulo [ABC], ou seja, $\overline{AC}$.

    2015, 1ª fase, caderno 1

11. De acordo com a figura, relativamente aos triângulos [ABC] e [FBE] temos que:

$$A\hat{B}C = F\hat{B}E \quad \text{e} \quad B\hat{A}C = B\hat{F}E$$

    Pelo critério AA podemos afirmar que os triângulos [ABC] e [FBE] são semelhantes.

    2015, 2ª fase, caderno 2