

Resolução - Ângulos na circunferência

1. Pela observação da figura sabemos que:

$$\widehat{CB} = \widehat{DB} - \widehat{DC} = 180 - 110 = 70^\circ$$

$B\hat{D}C$ é o ângulo inscrito relativo ao arco CB, por isso vem que:

$$B\hat{D}C = \frac{\widehat{CB}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

Opção(D)

2022, 1ª fase, caderno 1

2. Pela observação da figura os arcos são iguais entre si.

$$\widehat{CB} = \widehat{BA} = \widehat{AE} = \widehat{ED} = \widehat{DC} = \frac{360}{5} = 72^\circ$$

$E\hat{C}A$ é o ângulo inscrito relativo ao arco AE, por isso vem que:

$$E\hat{C}A = \frac{\widehat{AE}}{2} = 36^\circ$$

$C\hat{A}D$ é o ângulo inscrito relativo ao arco CD, por isso vem que:

$$C\hat{A}D = \frac{\widehat{CD}}{2} = 36^\circ$$

Considerando o triângulo [CJA] e sabendo que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , vem que:

$$A\hat{J}C = 180 - 36 - 36 = 108^\circ$$

2021, 1ª fase, caderno 2

3. De acordo com a figura, se $\overline{AB} = \overline{BC}$ então $\overline{CD} = \overline{DA}$. Assim sabemos que:

$$\widehat{DA} = \widehat{CD} = 110^\circ$$

Logo, $\widehat{CA} = 360 - 110 - 110 = 140^\circ$

Como o ângulo \widehat{ADC} é o ângulo inscrito relativo a \widehat{CA} , então a sua amplitude é igual a metade da amplitude do arco correspondente:

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{CA}}{2} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

2019, 1ª fase, caderno 2

4. Como o ângulo \widehat{BCA} é o ângulo inscrito relativo a \widehat{BA} , então a sua amplitude é igual a metade da amplitude do arco correspondente:

$$\widehat{BCA} = \frac{\widehat{BA}}{2} \Leftrightarrow 30^\circ = \frac{\widehat{BA}}{2} \Leftrightarrow \widehat{BA} = 2 \times 30 \Leftrightarrow \widehat{BA} = 60^\circ$$

Aplicando uma regra de três simples conseguimos determinar o perímetro do círculo:

Perímetro (cm)	—	Ângulo (graus)
x	—	360°
5	—	60°

$$x = \frac{5 \times 360}{60} = 30 \text{ cm}$$

O perímetro do círculo é igual a 30 cm.

2019, 2ª fase, caderno 2

5. Observando a figura 9 e como $[CA]$ é um diâmetro da semicircunferência então temos que $\widehat{CA} = 180^\circ$.

O ângulo \widehat{ABD} é o ângulo ao centro relativo a \widehat{DA} , ou seja, $\widehat{DA} = 130^\circ$.

Assim vem que:

$$\widehat{CD} = \widehat{CA} - \widehat{DA} = 180 - 130 = 50^\circ$$

Como o ângulo \widehat{DEC} é o ângulo inscrito relativo a \widehat{CD} , então a sua amplitude é igual a metade da amplitude do arco correspondente:

$$\widehat{DEC} = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{50}{2} = 25^\circ$$

2019, Época especial, caderno 2

6. O ângulo \widehat{BEC} é um ângulo com vértice no interior da semicircunferência, ou seja, a sua amplitude é igual a metade da soma das amplitudes dos seus arcos correspondentes:

$$\begin{aligned} \widehat{BEC} &= \frac{(\widehat{AD} + \widehat{BC}) + \widehat{BC}}{2} \Leftrightarrow 72 = \frac{56 + 2\widehat{BC}}{2} \Leftrightarrow 2\widehat{BC} = 2 \times 72 - 56 \Leftrightarrow 2\widehat{BC} = 88 \\ \Leftrightarrow \widehat{BC} &= \frac{88}{2} \Leftrightarrow \widehat{BC} = 44^\circ \end{aligned}$$

O ângulo \widehat{BOE} é o ângulo ao centro relativo a \widehat{BC} , logo vem que:

$$\widehat{BOE} = \widehat{BC} = 44^\circ$$

2018, 1ª fase, caderno 2

7. De acordo com a figura e sabendo que $[CD]$ é o diâmetro da semicircunferência, vem que:

$$\widehat{AD} = \widehat{CD} - \widehat{CA} = 180 - 110 = 70^\circ$$

\widehat{ACD} é o ângulo inscrito relativo ao arco AD logo a sua amplitude é igual a metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$\widehat{ACD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

Considerando o triângulo $[ABC]$, a soma dos seus ângulos internos é igual a 180° , assim vem que:

$$180 = \widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{CBA} \Leftrightarrow 180 = 25 + 35 + \widehat{CBA} \Leftrightarrow \widehat{CBA} = 120^\circ$$

2018, 2ª fase, caderno 2

8. De acordo com a figura, \widehat{CBA} é o ângulo inscrito relativo ao arco CA logo a amplitude de \widehat{CBA} é metade da amplitude do seu arco correspondente, assim vem que:

$$\widehat{CBA} = \frac{\widehat{CA}}{2} \Leftrightarrow \widehat{CBA} = \frac{110}{2} \Leftrightarrow \widehat{CBA} = 55^\circ$$

Como a soma dos ângulos internos do triângulo [ABC] é igual a 180° , temos que:

$$\widehat{BAC} + \widehat{CBA} + \widehat{ACB} = 180 \Leftrightarrow \widehat{BAC} + 55 + 85 = 180 \Leftrightarrow \widehat{BAC} = 180 - 55 - 85 \Leftrightarrow \widehat{BAC} = 40^\circ$$

2018, Época especial, caderno 2

9. \widehat{ACB} é o ângulo inscrito relativo ao arco AB, logo a amplitude do ângulo ACB é metade da amplitude do seu arco:

$$\widehat{ACB} = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180:

$$\widehat{ABC} = 180 - 40 - 60 = 80^\circ$$

2017, 1ª fase, caderno 2

10. \widehat{ADB} é o ângulo inscrito relativo ao arco AB, logo a amplitude do ângulo ADB é metade da amplitude do seu arco:

$$\widehat{ADB} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

O triângulo [ABD] é isósceles $AD = BD$ e a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° então temos que:

$$\widehat{DAB} = \widehat{DBA} = \frac{180-30}{2} = 75^\circ$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 75 + 20 = 95^\circ$$

2017, 2ª fase, caderno 2

11. O trapézio $[ABCD]$ é isósceles, $\overline{AD} = \overline{BC}$ e \overline{CD} é o diâmetro da circunferência então $\widehat{CD} = 180^\circ$.

De acordo com a figura 7 vem que:

$$\widehat{BC} = \frac{180-80}{2} = 50^\circ$$

Assim, $\widehat{BD} = \widehat{BC} + \widehat{CD} = 50 + 180 = 230^\circ$.

O ângulo \widehat{DAB} é o ângulo inscrito relativo ao \widehat{BD} , assim \widehat{DAB} é igual a metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$\widehat{DAB} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Leftrightarrow \widehat{DAB} = \frac{230}{2} \Leftrightarrow \widehat{DAB} = 115^\circ$$

2017, Época especial, caderno 2

12. O ângulo \widehat{MOP} é o ângulo ao centro relativo a \widehat{QP} , ou seja, $\widehat{QP} = \widehat{MOP}$.

O triângulo $[OPM]$ é retângulo em P, porque \overline{MN} é tangente à circunferência no ponto P logo é perpendicular a \overline{OP} (raio da circunferência).

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° temos que:

$$180 = \widehat{MOP} + \widehat{OPM} + \widehat{OMP} \Leftrightarrow 180 = \widehat{MOP} + 90 + 15 \Leftrightarrow \widehat{MOP} = 180 - 90 - 15 \\ \Leftrightarrow \widehat{MOP} = 75^\circ$$

$$\widehat{QP} = \widehat{MOP} = 75^\circ$$

Opção(B)

13. O triângulo $[OPN]$ é retângulo em P (\overline{OP} é perpendicular à reta tangente em P, que contém o lado \overline{PN} do triângulo) por isso podemos usar o teorema de pitágoras para determinar \overline{ON} :

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Leftrightarrow h^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2 \Leftrightarrow h^2 = 12 \Leftrightarrow h = \pm\sqrt{12} \Leftrightarrow h = 2\sqrt{3}, \text{ porque } h > 0$$

14. O ponto O é a interseção das duas bissetrizes dos ângulos $L\hat{N}M$ e $L\hat{M}P$, logo o ponto O designa-se o Incentro do triângulo [LMN].

Opção(C)

2016, 1ª fase, caderno 2

15. De acordo com a figura, a amplitude do arco \widehat{PC} é 180° visto que \overline{PC} é o diâmetro da circunferência.

Então a amplitude do arco \widehat{CD} é igual à diferença das amplitudes dos arcos \widehat{PC} e \widehat{PD} , ou seja:

$$\widehat{CD} = \widehat{PC} - \widehat{PD} = 180 - 110 = 70^\circ$$

O ângulo $C\hat{P}D$ é um ângulo inscrito relativamente ao arco \widehat{CD} , logo a amplitude de ângulo é igual a metade da amplitude do arco correspondente:

$$C\hat{P}D = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

2016, 2ª fase, caderno 2

16. O ângulo $B\hat{D}A$ é o ângulo inscrito na semicircunferência relativamente ao arco AD, por isso a sua amplitude é metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$B\hat{D}A = \frac{\widehat{AD}}{2} \Leftrightarrow B\hat{D}A = \frac{180}{2} \Leftrightarrow B\hat{D}A = 90^\circ$$

Considerando o triângulo [AED], temos que a soma dos ângulos internos é igual a 180° :

$$A\hat{E}D + E\hat{D}A + D\hat{A}E = 180 \Leftrightarrow 70 + 90 + D\hat{A}E = 180 \Leftrightarrow D\hat{A}E = 180 - 70 - 90 \\ \Leftrightarrow D\hat{A}E = 20^\circ$$

O ângulo $\widehat{DAE} = \widehat{DAC}$ é o ângulo inscrito na semicircunferência relativamente ao arco DC, por isso a sua amplitude é metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$\widehat{DAC} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Leftrightarrow 20 = \frac{\widehat{DC}}{2} \Leftrightarrow \widehat{DC} = 40^\circ$$

2016, Época especial, caderno 2

17. O ângulo \widehat{CBA} é o ângulo inscrito relativo ao \widehat{AC} , assim \widehat{CBA} é igual a metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$\widehat{CBA} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Leftrightarrow \widehat{CBA} = \frac{100}{2} \Leftrightarrow \widehat{CBA} = 50^\circ$$

O triângulo $[ABC]$ é isósceles, $\overline{AB} = \overline{BC}$, e a lados iguais opõem-se ângulos iguais, logo temos que $\widehat{BCA} = \widehat{CAB}$.

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° :

$$\begin{aligned} \widehat{CBA} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} &= 180 \Leftrightarrow 50 + 2\widehat{CAB} = 180 \Leftrightarrow 2\widehat{CAB} = 180 - 50 \Leftrightarrow \\ \widehat{CAB} &= \frac{130}{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \widehat{CAB} &= 65^\circ \end{aligned}$$

2015, 1ª fase, caderno 2

18. O ângulo \widehat{CAD} é o ângulo inscrito relativo ao arco \widehat{CD} , ou seja, o valor do ângulo \widehat{CAD} é igual a metade da amplitude do seu arco correspondente:

$$\widehat{CAD} = \frac{\widehat{CD}}{2} \Leftrightarrow 25 = \frac{\widehat{CD}}{2} \Leftrightarrow \widehat{CD} = 2 \times 25 \Leftrightarrow \widehat{CD} = 50^\circ$$

De acordo com a figura \widehat{AD} é o arco da semicircunferência, logo $\widehat{AD} = 180^\circ$

Assim temos que $\widehat{AC} = \widehat{AD} - \widehat{CD} = 180 - 50 = 130^\circ$

2015, 2ª fase, caderno 1