Exercícios de exames - Cálculo Combinatório

1. O Semáforo é um jogo matemático em que se usa um tabuleiro retangular de 3×4 casas e se dispõe de peças verdes, peças amarelas e peças encarnadas. As peças da mesma cor são iguais.

   Na Figura 1, está representado um tabuleiro do jogo Semáforo cujas casas foram numeradas de 1 a 12 .

   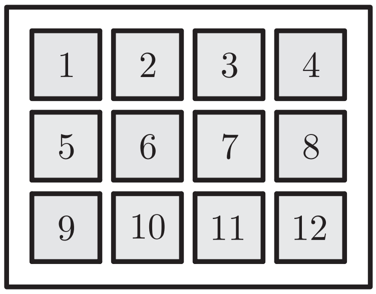

   Figura 1

   Pretende-se colocar 2 peças no tabuleiro, uma peça por casa, de modo a obter uma configuração colorida. Para o efeito, dispõe-se de várias peças de cada cor.

   Considera-se uma configuração colorida o resultado da colocação de duas peças no tabuleiro. Duas configurações coloridas são diferentes se diferirem nas casas ocupadas pelas peças usadas ou na cor dessas peças.
   A expressão seguinte permite determinar o número de configurações coloridas diferentes que é possível obter.

   $$3 \times {}^{12}C_2 + {}^{3}C_2 \times {}^{12}A_2$$

   2022, 1ªfase

2. O corfebol é um desporto coletivo misto, com origem na Holanda.
   Um clube de corfebol de um certo país vai participar num torneio internacional.
   A comitiva vai deslocar-se por via terrestre, utilizando um automóvel de cinco lugares e uma carrinha de nove lugares. A comitiva é constituída por três dirigentes, um treinador, cinco jogadores do sexo masculino e cinco do sexo feminino.

Escreva uma expressão que dê o número de maneiras diferentes de distribuir os catorze elementos da comitiva pelos catorze lugares disponíveis, sabendo-se que os dois condutores são dois dos dirigentes e que, no automóvel, vão dois jogadores de cada sexo.

2021, 1ªfase

3. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.

   Com doze raquetes distintas, sendo seis de badmínton e seis de ténis, formam-se, ao acaso, dois conjuntos de seis raquetes cada um.
   Qual é o valor, arredondado às centésimas, da probabilidade de cada um dos dois conjuntos ficar com três raquetes de badmínton e três raquetes de ténis?

   (A) $0,22$ **(B)** $0,43$ **(C)** $0,50$ **(D)** $0,87$

   2021, 2ªfase

4. Considere, num plano α , duas retas paralelas r e s
   Assinalam-se, na reta r, cinco pontos distintos e, na reta s, um certo número n de pontos, igualmente distintos.
   Sabe-se que, com os pontos assinalados nas duas retas, é possível definir exatamente 175 triângulos.
   Determine o valor de n

   2021, 2ªfase

5. A Fernanda tem cinco livros diferentes e sete canetas, também diferentes, para repartir pelos seus dois netos, o Armando e o Catarino.

A Fernanda vai oferecer três livros e três canetas a um dos netos, e os restantes objetos ao outro, ou quatro livros e duas canetas a um dos netos, e os restantes objetos ao outro.
Determine, nestas condições, de quantos modos diferentes pode a Fernanda repartir os doze objetos pelos seus dois netos.

2021, Época especial

6. Quatro pessoas vão escolher, cada uma e em segredo, um dos seguintes números: 1, 2, 3, 4 e 5

   Qual é a probabilidade de exatamente duas delas escolherem o número 5?

   (A) $0,1530$ **(B)** $0,1532$ **(C)** $0,1534$ **(D)** $0,1536$

   2020, 1ª fase

7. Considere todos os números naturais superiores a 9999 e inferiores a 22 000
   Destes números, quantos se podem escrever com os algarismos 0, 1, 2 e 3 ?

   (A) 192 **(B)** 236 **(C)** 384 **(D)** 512

   2020, 2ª fase

8. Considere um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6
   Lança-se esse dado quatro vezes e escrevem-se, da esquerda para a direita, os algarismos saídos, obtendo-se, assim, um número com quatro algarismos.
   Qual é a probabilidade de esse número ser par, menor do que 5000 e capicua (sequência

de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo número)?

(A) $\frac{1}{36}$ **(B)** $\frac{5}{36}$ **(C)** $\frac{1}{108}$ **(D)** $\frac{5}{108}$

2020, Época especial

9. Considere todos os números naturais de sete algarismos que se podem escrever utilizando dois algarismos 5, quatro algarismos 6 e um algarismo 7

   Determine quantos destes números são ímpares e maiores do que seis milhões.

   2019, 1ª fase, caderno 1

10. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10º, 11º e 12º anos.

    Uma turma dessa escola tem 26 alunos, dos quais 15 são raparigas. O delegado de turma é um rapaz.

    Pretende-se formar uma comissão com três alunos desta turma, para organizar uma festa de fim de ano.

    Quantas comissões diferentes, que incluam rapazes e raparigas, se podem formar, sabendo-se que o delegado de turma tem de fazer parte da comissão?

    (A) 195 **(B)** 215 **(C)** 235 **(D)** 255

    2019, 2ª fase, caderno 1

11. Um saco contém nove cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 9.

    Colocam-se os nove cartões em cima de uma mesa, lado a lado, em linha reta.

    Determine de quantas maneiras diferentes é possível colocar os cartões, de modo que os números inscritos nos três primeiros cartões sejam primos.

2019, Época especial, caderno 1

12. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.
    Doze alunos dessa escola, quatro de Espanhol e oito de Inglês, dispõem-se lado a lado em linha reta para tirar uma fotografia.
    De quantas maneiras se podem dispor os doze alunos, de modo que os alunos da mesma disciplina fiquem juntos?

    (A) 40 320 **(B)** 80 640 **(C)** 967 680 **(D)** 1 935 360

    2018, 1ª fase, caderno 1

13. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais a, e, i, o, u) para formar códigos de quatro caracteres.

    13.1. Quantos códigos iniciados por uma vogal seguida de três algarismos diferentes se podem formar?

    (A) 420 **(B)** 504 **(C)** 1840 **(D)** 2520

    13.2. Escolhe-se, ao acaso, um código de entre todos os códigos de quatro caracteres, repetidos ou não, que é possível formar com os catorze caracteres.
    Determine a probabilidade de esse código ser constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar.
    Apresente o resultado arredondado às milésimas.

    2018, 2ª fase, caderno 1

14. Com cinco pessoas, quantos conjuntos com, pelo menos, três pessoas é possível formar?

(A) 60 **(B)** 81 **(C)** 10 **(D)** 16

2018, Época especial, caderno 1

15. Considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9
Destes números, quantos são múltiplos de 5 ?

(A) 729 **(B)** 1458 **(C)** 3645 **(D)** 6561

2017, 1ª fase, grupo I

16. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1,2,3,4 e 5
Destes números, quantos têm os algarismos pares um a seguir ao outro?

(A) 24 **(B)** 48 **(C)** 72 **(D)** 96

2017, 2ª fase, grupo I

17. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.

Uma das turmas dessa escola tem trinta alunos, numerados de 1 a 30
Com o objetivo de escolher quatro alunos dessa turma para formar uma comissão, introduzem-se, num saco, trinta cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 30. Em seguida, retiram-se quatro cartões do saco, simultaneamente e ao acaso.

Qual é a probabilidade de os dois menores números saídos serem o 7 e o 22 ?
Apresente o resultado arredondado às milésimas.

2017, 2ª fase, grupo II

18. Com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4, quantos números naturais maiores do que 20 000 e com os cinco algarismos todos diferentes é possível formar?

(A) 24 **(B)** 48 **(C)** 72 **(D)** 96

2017, Época especial, grupo I

19. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4.

Considere agora que se colocam as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos.
Quantos números ímpares diferentes se podem obter?

2016, 1ª fase, grupo II

20. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9

Na Figura 2, está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro filas horizontais (A, B, C e D) e em quatro filas verticais (1, 2, 3 e 4)

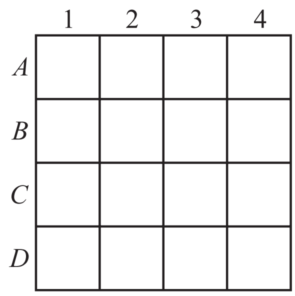

Figura 2

De quantas maneiras diferentes é possível dispor as nove fichas, de tal forma que as que têm número par ocupem uma única fila horizontal?

2016, 2ª fase, grupo II

21. Dois rapazes e quatro raparigas vão sentar-se num banco corrido com seis lugares.
De quantas maneiras o podem fazer, de modo que fique um rapaz em cada extremidade do banco?

(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 48 **(D)** 60

2015, 1ª fase, grupo I

22. Na Figura 3, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[NOPQRSTUV]$ que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.
Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro $[NOPQRSTUV]$.Cada face vai ser colorida com uma única cor.

Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores.

Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exata-

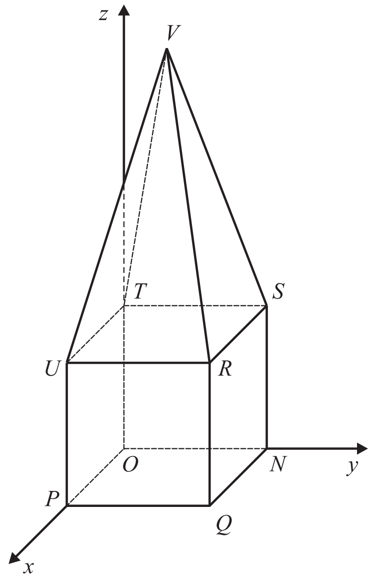

Figura 3

mente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes.
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.

2015, 2ª fase, grupo II

23. Nove jovens, três rapazes e seis raparigas, vão dispor-se, lado a lado, para uma fotografia.
De quantas maneiras o podem fazer, de modo que os rapazes fiquem juntos?

(A) 40 140 **(B)** 30 240 **(C)** 20 340 **(D)** 10 440

2015, Época especial, grupo I