Raiz ou zero de um polinómio

$P(x)$ é divisível por $x - a \Leftrightarrow P(a) = 0$

- a é a raiz ou zero do polinómio $P(x)$

▶ Dado um polinómio $P(x)$ de coeficientes inteiros, as suas raízes inteiras são divisores do seu termo de grau zero (termo independente).

Como fatorizar um polinómio $P(x)$?

1. Ver se todos os coeficientes do polinómio são inteiros;
2. Determinar todos os divisores do termo independente do polinónio;
3. Usar o Teorema do Resto para descobrir pelo menos uma das raízes do polinónio;
4. Usar a Regra de Ruffini para dividir $P(x)$ pelo polinómio das raízes.

Exemplo :

Vamos fatorizar o polinómio $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 2$

Nota: O polinómio $P(x)$ é de grau 3 logo tem no máximo 3 raízes!

Fatorização do polinómio $P(x)$

1. Todos os coeficientes do polinómio são inteiros
2. Divisores do termo independente do polinónio: {-2,-1,1,2}
3. Usar o Teorema do Resto para descobrir pelo menos uma das raízes do polinónio $P(x)$
   $P(-2) = -28$ $P(-1) = -3$ $P(1) = -1$ $\underline{P(2) = 0}$

   Pelo Teorema do resto, **2** é raiz do polinómio $P(x)$.

4. Usar a Regra de Ruffini para dividir $P(x)$ pelo polinómio $x-2$.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -4 & -1 & 2 \\ 2 & & 4 & 0 & -2 \\ \hline & 2 & 0 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x) = (2x^2 - 1)(x-2)$

Usando a fórmula resolvente sabemos que $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ são raízes do polinómio $2x^2 - 1$.

Logo, $P(x) = 2(x - \frac{\sqrt{2}}{2})(x + \frac{\sqrt{2}}{2})(x-2)$

Multiplicidade da raiz de um polinómio

Consideremos um polinómio $P(x)$ e uma raiz a de $P(x)$

Designa-se **multiplicidade de a** ao maior **número natural n**, tal que existe um polinómio $Q(x)$ com $P(x) = (x-a)^n$, $Q(x)$ e $Q(a) \neq 0$.

- Se n = 1 então a é uma raiz simples
- Um polinómio de **grau n** tem no máximo **n raízes reais**