Aproximação de um número real

Consideremos o número real $\frac{1}{4} = 0,25$

- $0,2$ é uma aproximação por defeito do número $\frac{1}{4}$ com erro inferior a $0,1$
- $0,3$ é uma aproximação por excesso do número $\frac{1}{4}$ com erro inferior a $0,1$

$$0,2 < \frac{1}{4} < 0,3$$

Aproximação da soma

Sejam x e y números reais tais que $1,6$ é uma aproximação de x e $4,1$ é uma aproximação de y com um erro inferior a $0,1$.

$1,6 \approx x$ com $e = 0,1$
$4,1 \approx y$ com $e = 0,1$

$$1,6 - 0,1 < x < 1,6 + 0,1 \;\Leftrightarrow\; 1,5 < x < 1,7$$

$$4,1 - 0,1 < y < 4,1 + 0,1 \;\Leftrightarrow\; 4 < y < 4,2$$

$$1,5 + 4 < x + y < 1,7 + 4,2 \;\Leftrightarrow\; 5,5 < x + y < 5,9$$

Assim concluímos que:

- $x \in]1,5\,;\,1,7[$ e $y \in]4\,;\,4,2[$
- $x + y$ toma valores no intervalo $]5,5\,;\,5,9[$
- o erro máximo que se comete ao aproximar $x + y$ por $1,6 + 4,1 = 5,7$ é igual ao maior valor de $|5,7 - 5,5| e |5,7 - 5,9|$, ou seja, $0,2$

Aproximação do produto

Sejam x e y números reais tais que $3,25$ é uma aproximação de x e $1,18$ é uma aproximação de y com um erro inferior a $0,02$.

$3,25 \approx x$ com $e = 0,02$
$1,18 \approx y$ com $e = 0,02$

$$3,25 - 0,02 < x < 3,25 + 0,02 \;\Leftrightarrow\; 3,23 < x < 3,27$$

$$1,18 - 0,02 < y < 1,18 + 0,02 \;\Leftrightarrow\; 1,16 < y < 1,2$$

$$3,23 \times 1,16 < x \times y < 3,27 \times 1,2 \;\Leftrightarrow\; 3,7468 < x \times y < 3,924$$

Assim concluímos que:

- $x \in]3,23\,;\,3,27[$ e $y \in]1,16\,;\,1,2[$
- $x \times y$ toma valores no intervalo $]3,7468\,;\,3,924[$
- o erro máximo que se comete ao aproximar $x \times y$ por $3,25 \times 1,18 = 3,835$ é igual ao maior valor de $|3,835 - 3,7468| e |3,835 - 3,924|$, ou seja, $0,089$

Sejam x e y números reais tais que -2 é uma aproximação de x com um erro inferior a $0,1$ e 4 é uma aproximação de y com um erro inferior a $0,5$.

$-2 \approx x$ com erro $< 0,1$
$4 \approx y$ com erro $< 0,5$

$$-2 - 0,1 < x < -2 + 0,1 \;\Leftrightarrow\; -2,1 < x < -1,9 \;\Leftrightarrow\; 1,9 < -x < 2,1$$

$$4 - 0,5 < y < 4 + 0,5 \;\Leftrightarrow\; 3,5 < y < 4,5$$

$$1,9 \times 3,5 < (-x) \times y < 2,1 \times 4,5 \;\Leftrightarrow\; 6,65 < (-x) \times y < 9,45 \;\Leftrightarrow\; -9,45 < x \times y < -6,65$$

Assim concluímos que:

- $x \in]-2,1\,;\,-1,9[$ e $y \in]3,5\,;\,4,5[$
- $x \times y$ toma valores no intervalo $]-9,45\,;\,-6,65[$
- o erro máximo que se comete ao aproximar $x \times y$ por $-2 \times 4 = -8$ é igual ao maior valor de $|-8 - (-9,45)| e |-8 - (-6,65)|$, ou seja, $1,45$

Enquadramento das raízes quadradas

Tabela de quadrados perfeitos

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Vamos determinar uma valor aproximado $\sqrt{5}$ de às décimas:

$$2^2 < 5 < 3^2 \;\Leftrightarrow\; 2 < \sqrt{5} < 3$$

Como queremos fazer uma aproximação às décimas usamos a seguinte tabela:

x	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
x^2	4,41	4,84	5,29	...	...

Assim vem que:

$$2,2^2 < 5 < 2,3^2 \;\Leftrightarrow\; 2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

Logo, $\sqrt{5} \in \,]2,2\,;\,2,3[$

- $2,2$ é um valor aproximado, às décimas, de $\sqrt{5}$ por defeito
- $2,3$ é um valor aproximado, às décimas, de $\sqrt{5}$ por excesso

Vamos determinar uma valor aproximado $\sqrt{6}$ de às centésimas:

$$2^2 < 6 < 3^2 \;\Leftrightarrow\; 2 < \sqrt{6} < 3$$

Como queremos fazer uma aproximação às centésimas usamos as seguintes tabelas:

x	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
x^2	4,41	4,84	5,29	5,76	6,25	...

Assim vem que:

x	2,41	2,42	2,43	2,44	2,45	2,46
x^2	5,8081	5,8564	5,9049	5,9536	6,0025	...

$$2,44^2 < 6 < 2,45^2 \;\Leftrightarrow\; 2,44 < \sqrt{6} < 2,45$$

Logo, $\sqrt{6} \in]2,44\,;\,2,45[$

- $2,44$ é um valor aproximado, às centésimas, de $\sqrt{6}$ por defeito
- $2,45$ é um valor aproximado, às centésimas, de $\sqrt{6}$ por excesso

Enquadramento das raízes cúbicas

Tabela de cubos perfeitos

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^3	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Vamos determinar uma valor aproximado $\sqrt[3]{30}$ de às décimas:

$$3^3 < 30 < 4^3 \;\Leftrightarrow\; 3 < \sqrt[3]{30} < 3$$

Como queremos fazer uma aproximação às décimas usamos a seguinte tabela:

x	3,1	3,2	3,3
x^3	29,791	32,768	...

Assim vem que:

$$3,1^3 < 30 < 3,2^3 \;\Leftrightarrow\; 3,1 < \sqrt[3]{30} < 3,2$$

Logo, $\sqrt[3]{30} \in]3,1\,;\,3,2[$

- $3,1$ é um valor aproximado, às centésimas, de $\sqrt[3]{30}$ por defeito
- $3,2$ é um valor aproximado, às centésimas, de $\sqrt[3]{30}$ por excesso