

**A PREENCHER PELO ALUNO**

Nome completo \_\_\_\_\_

Documento de identificação  n.º \_\_\_\_\_

Assinatura do aluno \_\_\_\_\_

**A PREENCHER PELA ESCOLA**  
N.º convencional

N.º convencional

**A PREENCHER PELO AGRUPAMENTO**  
N.º confidencial da escola

**Prova Final de Matemática**  
**Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2019**  
**9.º Ano de Escolaridade**

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR**

Classificação em percentagem \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ por cento)

Correspondente ao nível \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )      Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_      Código do professor classificador \_\_\_\_\_

Observações \_\_\_\_\_

**A PREENCHER PELA ESCOLA**

Classificação alterada em sede de reapreciação conforme despacho em anexo

Classificação alterada em sede de reclamação conforme despacho em anexo

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

**Caderno 1:**  
**8 Páginas**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.**  
**É permitido o uso de calculadora.**

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final de cada caderno. Neste caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, assinala com X a opção correta.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

## Formulário

---

### Números e Operações

Valor aproximado de  $\pi$  (pi): 3,14159

### Geometria e Medida

#### Áreas

**Losango:**  $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

**Trapézio:**  $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

**Superfície esférica:**  $4\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio da esfera

#### Volumes

**Prisma e cilindro:** Área da base  $\times$  Altura

**Pirâmide e cone:**  $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

**Esfera:**  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , sendo  $r$  o raio da esfera

#### Trigonometria

**Fórmula fundamental:**  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

**Relação da tangente com o seno e o cosseno:**  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

## Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

1. Considera o conjunto  $I = [2\pi, 2\sqrt{10}]$ .

Qual dos seguintes números pertence ao conjunto  $I$ ?

A  6,27

B  6,28

C  6,32

D  6,33

2. Portugal tem uma das maiores percentagens de área coberta por floresta da Europa.

A área de Portugal é 9,2 milhões de hectares e as florestas portuguesas cobrem 35% dessa área.

Determina a área de Portugal coberta por floresta.

Apresenta o resultado em hectares, escrito em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Num estudo sobre o carvalho-alvarinho, foram medidos os diâmetros, em centímetros, dos troncos de uma amostra de árvores desta espécie.

Apresentam-se a seguir os dados recolhidos.

21, 76, 45, 50, 43, 82, 26, 73, 72

Qual é o 3.º quartil deste conjunto de dados?

A  34,5

B  49,5

C  60,5

D  74,5

4. A Figura 1 é uma fotografia de uma torre de vigia florestal.

Na Figura 2, apresenta-se um esquema dessa torre.



Figura 1

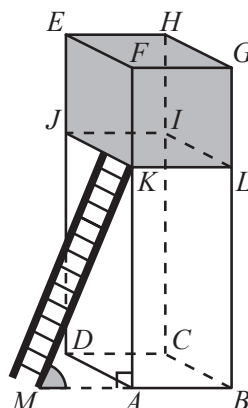


Figura 2

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- o prisma reto  $[ABCDEFGH]$ , de bases quadradas, representa a torre;
- os vértices do polígono  $[IJKL]$  pertencem às arestas laterais do prisma;
- os planos  $JKL$  e  $EFG$  são paralelos, sendo a distância entre eles 2 m;
- $\overline{KM} = 5$  m (comprimento da escada);
- $\widehat{AMK} = 66^\circ$  e  $\widehat{KAM} = 90^\circ$ .

O esquema não está desenhado à escala.

4.1. Qual das seguintes retas é secante e **não** perpendicular ao plano que contém a base  $[ABCD]$ ?

A   $KM$

B   $AB$

C   $AF$

D   $KL$

4.2. Determina a altura da torre, ou seja, a distância entre os planos  $ABC$  e  $FGH$ .

Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Uma cisterna tem a forma de um sólido que pode ser decomposto num cilindro e em duas semiesferas, como se vê na Figura 3.

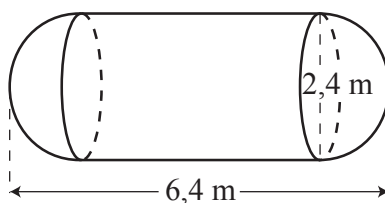


Figura 3

De acordo com a figura:

- o comprimento da cisterna é 6,4 m;
- o diâmetro da base do cilindro é 2,4 m;
- as bases do cilindro e as semiesferas têm o mesmo diâmetro.

A figura não está desenhada à escala.

**5.1.** Determina o volume da cisterna.

Apresenta o resultado em  $\text{m}^3$ , arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

5.2. A cisterna é colocada sobre a plataforma do reboque de um caminhão.

Essa plataforma tem a forma de um retângulo com largura igual ao diâmetro da base do cilindro e comprimento igual ao da cisterna.

Para sustentar a cisterna, a plataforma do caminhão foi reforçada com duas barras metálicas, coincidindo com as suas diagonais, representadas na Figura 4 por  $[AC]$  e  $[BD]$ .

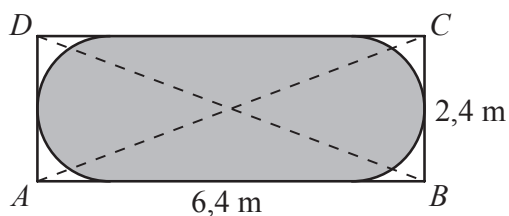


Figura 4

A figura não está desenhada à escala.

Determina o comprimento da barra representada por  $[AC]$ .

Apresenta o resultado, em metros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Considera o conjunto  $A = \left\{ \frac{17}{49}; \sqrt{34}; \sqrt[3]{125}; \pi \right\}$ .

Escreve os números racionais que pertencem ao conjunto  $A$ .

Se quiseres completar ou emendar alguma resposta, utiliza este espaço.

Caso o utilizes, não te esqueças de identificar claramente o item a que se refere cada uma das respostas completadas ou emendadas.

**FIM DO CADERNO 1**

**COTAÇÕES (Caderno 1)**

Item								
Cotação (em pontos)								
<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.1.</b>	<b>4.2.</b>	<b>5.1.</b>	<b>5.2.</b>	<b>6.</b>	
3	6	3	3	6	6	6	4	<b>37</b>



**A PREENCHER PELO ALUNO**

Nome completo \_\_\_\_\_

Documento de identificação  n.º \_\_\_\_\_

Assinatura do aluno \_\_\_\_\_

**A PREENCHER PELA ESCOLA**

N.º convencional

N.º convencional

**A PREENCHER  
PELO AGRUPAMENTO**

N.º confidencial da escola

**Prova Final de Matemática**

**Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2019**

**9.º Ano de Escolaridade**

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR**

Classificação em percentagem \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ por cento)

Correspondente ao nível \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Código do professor classificador \_\_\_\_\_

Observações \_\_\_\_\_

**A PREENCHER PELA ESCOLA**

Classificação alterada em sede de reapreciação conforme despacho em anexo

Classificação alterada em sede de reclamação conforme despacho em anexo

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

**Caderno 2:  
8 Páginas**

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.**

**Não é permitido o uso de calculadora.**

7. Na escola da Joana e do José, comemora-se o Dia Mundial da Árvore plantando árvores.

Transporte

As árvores a plantar são sorteadas ao acaso, estando disponíveis para cada turma 6 árvores: 3 sobreiros, 2 carvalhos e 1 azinheira.

7.1. A turma da Joana vai plantar uma árvore.

Qual é a probabilidade de a turma da Joana plantar uma azinheira?

Apresenta o valor pedido na forma de fração.

7.2. A turma do José vai plantar duas árvores.

Qual é a probabilidade de a turma do José plantar dois sobreiros?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.


A transportar

8. Um drone de vigilância florestal levantou voo verticalmente a partir de uma plataforma.

Na Figura 5, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico da função que traduz a correspondência entre o tempo,  $t$ , em segundos, e a distância,  $d$ , em metros, do drone à plataforma nos primeiros 20 segundos de voo.

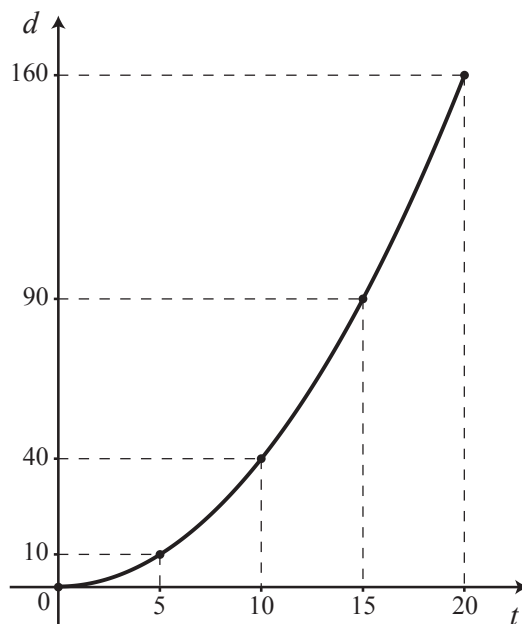


Figura 5

- 8.1. De acordo com o gráfico, qual era a distância, em metros, do drone à plataforma, 15 segundos depois de iniciar o voo?

- 8.2. Considera que a distância  $d$ , em metros, em função do tempo  $t$ , em segundos, é dada por uma expressão do tipo  $d(t) = at^2$ , em que  $a \neq 0$  e  $0 \leq t \leq 20$ .

Qual é o valor de  $a$ , sabendo-se que  $d(10) = 40$ ?

A   $-\frac{4}{25}$

B   $-\frac{2}{5}$

C   $\frac{2}{5}$

D   $\frac{4}{25}$

9. Resolva a inequação seguinte.

$$\frac{x-4}{6} - \frac{1}{3} < 2(x+1)$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Resolva a equação seguinte.

$$20x^2 - 9x + 1 = 0$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11. Na Figura 6, estão representados os quadrados  $[ABCD]$  e  $[EFGH]$ , sendo os vértices  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $H$  os pontos médios dos lados do quadrado  $[ABCD]$ .

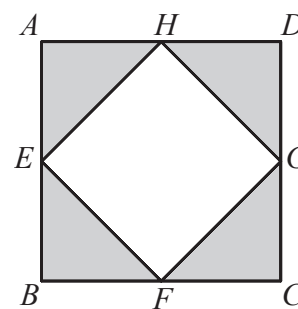


Figura 6

- 11.1. Qual dos seguintes é o vetor soma  $\vec{BF} + \vec{EH}$  ?

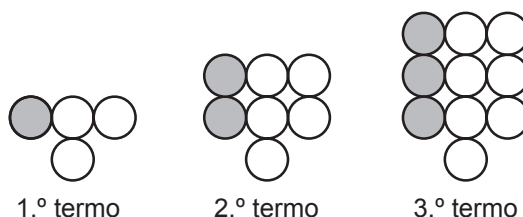
- A   $\vec{BG}$                       B   $\vec{BH}$   
 C   $\vec{GB}$                       D   $\vec{HB}$

- 11.2. Considera que  $\overline{AB} = x - 5$ , com  $x > 5$ .

Qual das seguintes expressões representa a área do quadrado  $[ABCD]$  ?

- A   $x^2 + 10x - 25$                       B   $x^2 - 10x + 25$   
 C   $x^2 - 25x + 10$                       D   $x^2 + 25x - 10$

12. Representam-se a seguir os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por círculos geometricamente iguais, uns brancos e outros cinzentos.



O primeiro termo da sequência tem três círculos brancos e um cinzento. Os restantes termos são obtidos acrescentando ao anterior uma linha de três círculos geometricamente iguais aos anteriores, um cinzento e dois brancos.

Um termo da sequência tem 110 círculos cinzentos.

Qual é o número total de círculos desse termo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

13. Um grupo de amigos do Pedro decidiu oferecer-lhe, como presente de aniversário, um cheque *Aventura* para um programa em que poderá praticar canoagem, escalada e rapel.

Ficou estabelecido que o contributo, em euros, de cada participante na compra do cheque seria inversamente proporcional ao número de participantes.

Inicialmente, o grupo era constituído por 4 amigos, e cada um contribuiria com 12 euros.

Antes da compra, juntaram-se 2 amigos ao grupo.

Qual é a quantia, em euros, com que cada amigo contribuiu para a compra do cheque?

Mostra como chegaste à tua resposta.

14. Na Figura 7, estão representados um círculo de centro no ponto  $O$  e os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , que pertencem à circunferência que delimita o círculo.

O comprimento do arco  $AB$  é 5 cm, e a amplitude do ângulo inscrito  $ACB$  é  $30^\circ$ .

Determina o perímetro do círculo.

Apresenta o resultado em centímetros.

Mostra como chegaste à tua resposta.

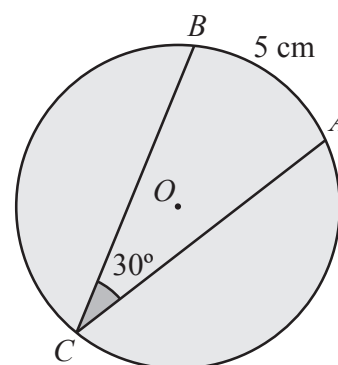


Figura 7

15. Um grupo de pessoas está a descer um rio em 28 caiaques, uns de um lugar e outros de dois lugares.



Figura 8 – Caiaque de um lugar



Figura 9 – Caiaque de dois lugares

Todos os caiaques têm os seus lugares ocupados, havendo mais 4 pessoas em caiaques de um lugar do que em caiaques de dois lugares.

Sejam  $x$  o número de caiaques de um lugar e  $y$  o número de caiaques de dois lugares utilizados na descida do rio.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas  $x$  e  $y$ , que permita determinar o número de caiaques de cada tipo utilizados na descida do rio.

**Não resolvas o sistema.**

16. Na Figura 10, estão representados o triângulo  $[ABC]$  e o retângulo  $[DEFG]$ .

Sabe-se que:

- os pontos  $D$  e  $E$  pertencem ao lado  $[AB]$ , o ponto  $F$  ao lado  $[BC]$  e o ponto  $G$  ao lado  $[AC]$ ;
- o ponto  $H$  pertence ao segmento de reta  $[FG]$ ;
- as retas  $FG$  e  $CH$  são perpendiculares;
- $\overline{AC} = 3$  e  $\overline{CG} = 1$ ;
- para um certo valor de  $a > 0$ ,  $\overline{FG} = \overline{CH} = a$ .

Determina, em função de  $a$ , a área do retângulo  $[DEFG]$ .

Mostra como chegaste à tua resposta.

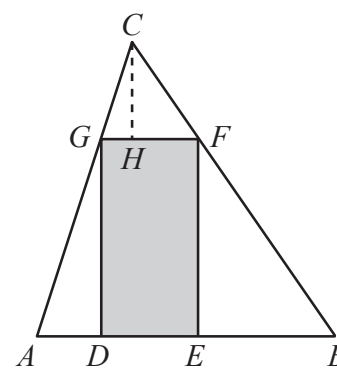


Figura 10

Se quiseres completar ou emendar alguma resposta, utiliza este espaço.

Caso o utilizes, não te esqueças de identificar claramente o item a que se refere cada uma das respostas completadas ou emendadas.

## FIM DA PROVA

### COTAÇÕES (Caderno 2)

Item													
Cotação (em pontos)													
7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.	10.	11.1.	11.2.	12.	13.	14.	15.	16.	
4	6	4	3	6	6	3	3	6	6	6	4	6	<b>63</b>

<b>TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)</b>	<b>100</b>
--------------------------------------	------------