

Prova Final de Matemática

Prova 92 | Época Especial | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Caderno 1:
7 Páginas

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
É permitido o uso de calculadora.

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

1. Qual dos seguintes números é uma aproximação de 3π com erro inferior a 0,01?

(A) 9,40

(B) 9,41

(C) 9,43

(D) 9,44

2. Admite que a idade do Universo é 14 000 milhões de anos e que a vida na Terra surgiu há 3 600 milhões de anos.

Quanto tempo depois da formação do Universo é que surgiu a vida na Terra?

Apresenta o resultado em anos, escrito em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. A Figura 1 representa um reservatório constituído por um cilindro de altura \overline{AB} e por uma semiesfera assente na base superior do cilindro. As bases do cilindro e a semiesfera têm diâmetro \overline{BC} .

O reservatório contém 50 m^3 de água.

Sabe-se que:

- \overline{PB} designa a altura que a água atinge no reservatório;
- $\overline{AP} = 1,5 \text{ m}$;
- $\overline{BC} = 4,4 \text{ m}$.

A figura não está desenhada à escala.

Determina a altura, a , do reservatório.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às unidades.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

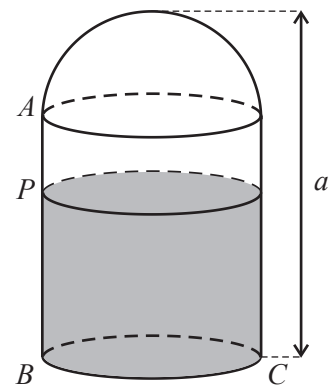


Figura 1

4. Na Figura 2, está representado um esquema de um balanço num instante em que a cadeira do balanço se encontra na posição assinalada com o ponto M .

No esquema, o segmento de reta $[OM]$ representa o cabo do balanço e a reta s representa o solo.

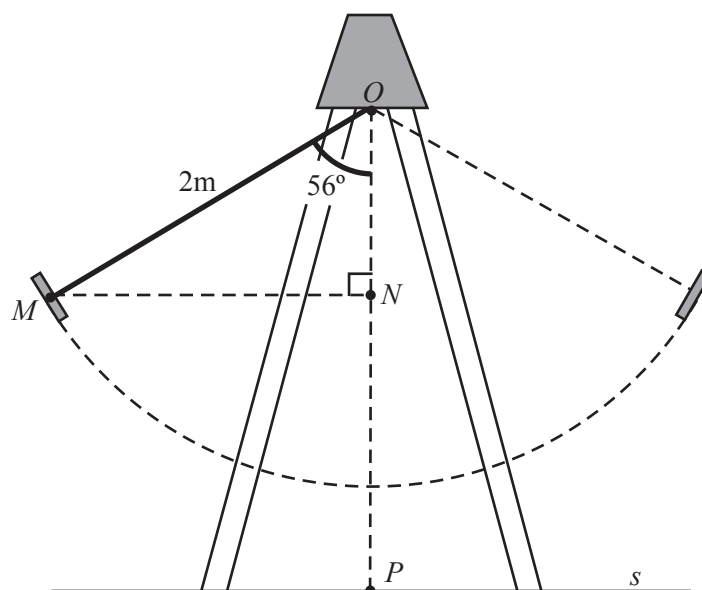


Figura 2

Sabe-se que:

- o ponto P é o pé da perpendicular traçada do ponto O para a reta s ;
- o ponto N é o pé da perpendicular traçada do ponto M para a reta OP ;
- $\widehat{MÔN} = 56^\circ$;
- $\overline{OM} = 2$ m;
- $\overline{OP} = 2,5$ m.

A figura não está desenhada à escala.

Determina \overline{NP} , ou seja, determina a distância da cadeira ao solo quando esta se encontra no ponto M .

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às centésimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Sugestão: começa por determinar \overline{ON} .

5. Na Figura 3, está representado o triângulo $[ABC]$, retângulo em C .

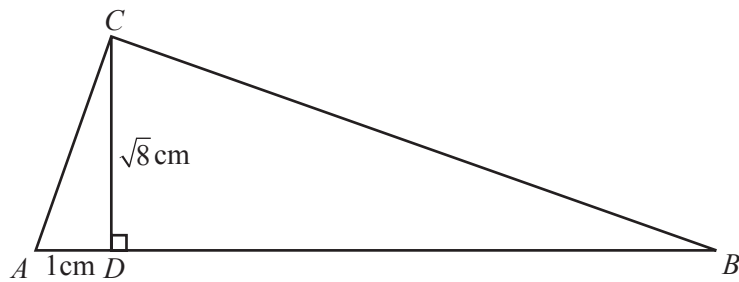


Figura 3

Sabe-se que:

- $[CD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$ relativa ao lado $[AB]$;
- $\overline{AD} = 1$ cm;
- $\overline{CD} = \sqrt{8}$ cm.

A figura não está desenhada à escala.

5.1. Determina \overline{AC} .

Apresenta o valor pedido em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.2. Determina a área do triângulo $[DBC]$.

Apresenta o valor pedido em cm^2 , arredondado às centésimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item						
Cotação (em pontos)						
1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	
3	6	7	6	5	6	33

Prova 92
Época Especial
CADERNO 1

Prova Final de Matemática

Prova 92 | Época Especial | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 2:
6 Páginas

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.
Não é permitido o uso de calculadora.

6. A turma da Ana tem 29 alunos, distribuídos, por género e por idade, de acordo com a tabela seguinte.

	15 anos	16 anos	17 anos
Raparigas	8	5	3
Rapazes	3	8	2

6.1. Um bilhete para uma peça de teatro vai ser sorteado entre todos os alunos desta turma.

Qual é a probabilidade de o aluno contemplado com o bilhete de teatro ser um rapaz?

Apresenta a probabilidade pedida na forma de fração.

6.2. Qual é a mediana do conjunto dos dados relativos às idades das raparigas da turma da Ana?

(A) 15 anos

(B) 15,5 anos

(C) 16,5 anos

(D) 17 anos

7. Na Figura 4, estão representadas duas circunferências, c_1 e c_2 , e os pontos A , B e C , tais que:

- o ponto A pertence à circunferência c_1 ;
- o ponto B pertence à circunferência c_2 ;
- o ponto C pertence às circunferências c_1 e c_2 .

A Diana vai escolher, ao acaso, um dos três pontos, e o Eduardo também vai escolher, ao acaso, um dos três pontos.

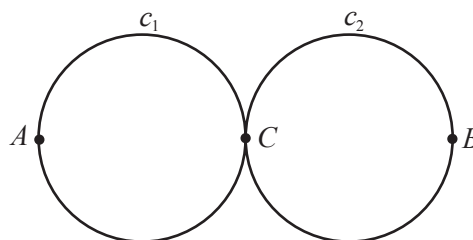


Figura 4

Qual é a probabilidade de os pontos escolhidos pertencerem à mesma circunferência?

Apresenta a probabilidade pedida na forma de fração.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Seja n um número natural e seja $A = [-n, n] \cap \mathbb{Z}$.

(\mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros relativos.)

Sabe-se que o conjunto A é constituído por sete elementos.

Qual é o valor de n ?

9. Seja f uma função de proporcionalidade inversa.

Sabe-se que $f(3) = 9$.

Em qual das opções se apresenta uma expressão que define a função f ?

(A) $f(x) = 3x$

(B) $f(x) = 27x$

(C) $f(x) = \frac{3}{x}$

(D) $f(x) = \frac{27}{x}$

10. Na Figura 5, estão representados, em referencial cartesiano, a função quadrática f e o triângulo $[AOB]$.

O triângulo $[AOB]$ está decomposto numa região sombreada e noutra não sombreada.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A tem coordenadas $(10, 0)$;
- o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 10;
- a função f é definida por $f(x) = 3x^2$;
- a área da região sombreada do triângulo é 1000.

Determina a área da região **não sombreada** do triângulo $[AOB]$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

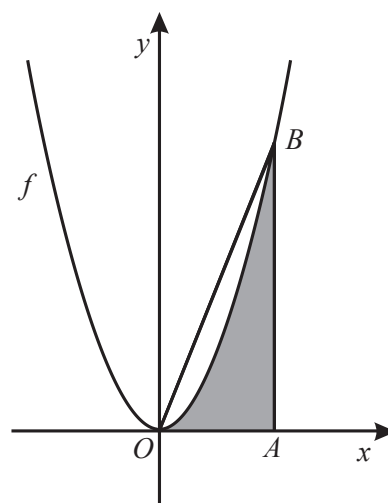


Figura 5

11. Resolve a equação seguinte.

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{2(3-x)}{3} \leq \frac{x}{2} + \frac{2}{3}$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Considera o sistema de equações seguinte, nas variáveis x e y .

$$\begin{cases} ax + y = 3 \\ 2x + by = 5 \end{cases} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

Quais são os valores de a e b para os quais o par (x, y) , com $x = 1$ e $y = 1$, é solução deste sistema?

- (A) $a = 2$ e $b = 2$ (B) $a = 2$ e $b = 3$
(C) $a = 1$ e $b = 3$ (D) $a = 1$ e $b = 1$

14. Escreve o número $(10^4)^3 \times 10^2 \times 5^{-14}$ na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Considera o prisma hexagonal regular $[ABCDEFGHJKLM]$ representado na Figura 6.

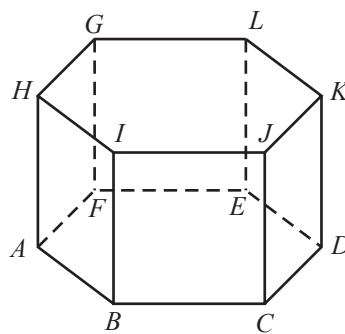


Figura 6

15.1. Relativamente às retas JC e ED , qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) As retas não são coplanares.
(B) As retas são paralelas.
(C) As retas são concorrentes perpendiculares.
(D) As retas são concorrentes não perpendiculares.

15.2. Sabe-se que:

- as arestas do prisma são todas geometricamente iguais;
- $\overline{BC} = x - 3$, para um certo valor de x maior do que 3.

Qual das expressões seguintes representa a área de uma face lateral do prisma?

- (A) $x^2 + 6x + 9$ (B) $x^2 + 9$
(C) $x^2 - 6x + 9$ (D) $x^2 - 9$

16. Na Figura 7, estão representados a circunferência de centro no ponto O e diâmetro $[CD]$ e o trapézio isósceles $[ABCD]$, inscrito na circunferência.

Sabe-se que a amplitude do arco AB é 80° .

Determina a amplitude, em graus, do ângulo DAB .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

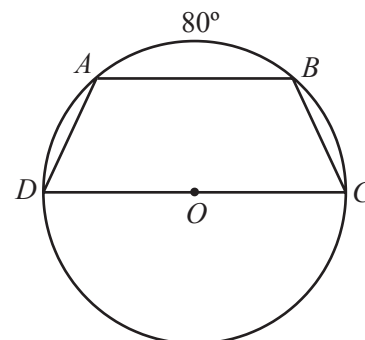


Figura 7

17. Na Figura 8, está representado um esquema de parte de um pavimento que pode ser encontrado numa cidade portuguesa.

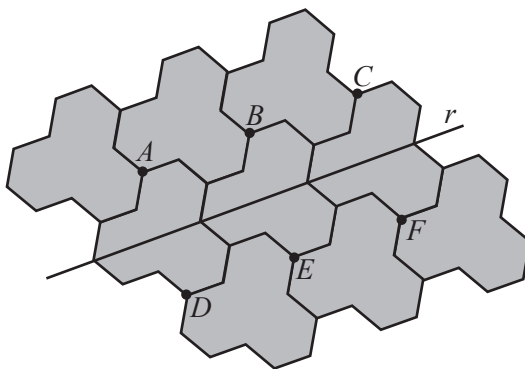


Figura 8

Os polígonos que constituem o esquema são geometricamente iguais.

Os pontos A , B , C , D , E e F , assinalados na figura, são vértices desses polígonos, e a reta r é a mediatriz dos segmentos de reta $[AD]$, $[BE]$ e $[CF]$.

Um dos pontos assinalados é a imagem do ponto D pela reflexão deslizante de eixo r e vetor \overrightarrow{EF} .

Identifica esse ponto.

18. Na Figura 9, estão representados os quatro primeiros termos de uma sucessão de sólidos compostos por cubos geometricamente iguais, que segue a lei de formação sugerida.

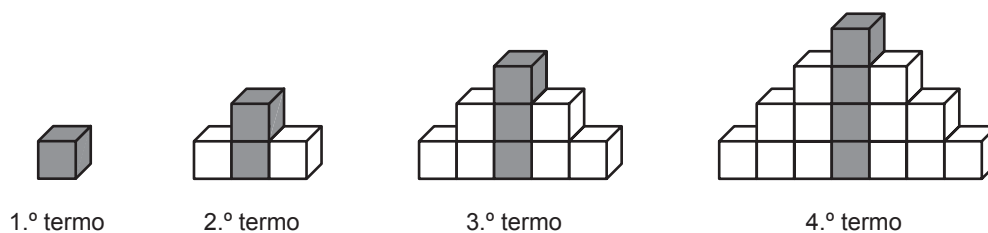


Figura 9

Sabe-se que:

- o número total de cubos (cinzentos e brancos) do termo de ordem n da sucessão é dado pela expressão n^2 ;
- cada termo da sucessão, com exceção do primeiro, tem mais um cubo cinzento do que o termo anterior.

Escreve uma expressão que represente o número de cubos brancos do termo de ordem n da sucessão.

FIM DA PROVA

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item															
Cotação (em pontos)															
6.1.	6.2.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.1.	15.2.	16.	17.	18.	
4	3	6	4	3	6	6	7	3	6	3	3	6	3	4	67
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)															100

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 92
Época Especial
CADERNO 2