

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/1.ª Fase

Caderno 1: 7 Páginas

Duração da Prova (**CADERNO 1 + CADERNO 2**): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
(é permitido o uso de calculadora)

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

| Graus | Seno | Cosseno | Tangente | Graus | Seno | Cosseno | Tangente |
|-------|--------|---------|----------|-------|--------|---------|----------|
| 1 | 0,0175 | 0,9998 | 0,0175 | 46 | 0,7193 | 0,6947 | 1,0355 |
| 2 | 0,0349 | 0,9994 | 0,0349 | 47 | 0,7314 | 0,6820 | 1,0724 |
| 3 | 0,0523 | 0,9986 | 0,0524 | 48 | 0,7431 | 0,6691 | 1,1106 |
| 4 | 0,0698 | 0,9976 | 0,0699 | 49 | 0,7547 | 0,6561 | 1,1504 |
| 5 | 0,0872 | 0,9962 | 0,0875 | 50 | 0,7660 | 0,6428 | 1,1918 |
| 6 | 0,1045 | 0,9945 | 0,1051 | 51 | 0,7771 | 0,6293 | 1,2349 |
| 7 | 0,1219 | 0,9925 | 0,1228 | 52 | 0,7880 | 0,6157 | 1,2799 |
| 8 | 0,1392 | 0,9903 | 0,1405 | 53 | 0,7986 | 0,6018 | 1,3270 |
| 9 | 0,1564 | 0,9877 | 0,1584 | 54 | 0,8090 | 0,5878 | 1,3764 |
| 10 | 0,1736 | 0,9848 | 0,1763 | 55 | 0,8192 | 0,5736 | 1,4281 |
| 11 | 0,1908 | 0,9816 | 0,1944 | 56 | 0,8290 | 0,5592 | 1,4826 |
| 12 | 0,2079 | 0,9781 | 0,2126 | 57 | 0,8387 | 0,5446 | 1,5399 |
| 13 | 0,2250 | 0,9744 | 0,2309 | 58 | 0,8480 | 0,5299 | 1,6003 |
| 14 | 0,2419 | 0,9703 | 0,2493 | 59 | 0,8572 | 0,5150 | 1,6643 |
| 15 | 0,2588 | 0,9659 | 0,2679 | 60 | 0,8660 | 0,5000 | 1,7321 |
| 16 | 0,2756 | 0,9613 | 0,2867 | 61 | 0,8746 | 0,4848 | 1,8040 |
| 17 | 0,2924 | 0,9563 | 0,3057 | 62 | 0,8829 | 0,4695 | 1,8807 |
| 18 | 0,3090 | 0,9511 | 0,3249 | 63 | 0,8910 | 0,4540 | 1,9626 |
| 19 | 0,3256 | 0,9455 | 0,3443 | 64 | 0,8988 | 0,4384 | 2,0503 |
| 20 | 0,3420 | 0,9397 | 0,3640 | 65 | 0,9063 | 0,4226 | 2,1445 |
| 21 | 0,3584 | 0,9336 | 0,3839 | 66 | 0,9135 | 0,4067 | 2,2460 |
| 22 | 0,3746 | 0,9272 | 0,4040 | 67 | 0,9205 | 0,3907 | 2,3559 |
| 23 | 0,3907 | 0,9205 | 0,4245 | 68 | 0,9272 | 0,3746 | 2,4751 |
| 24 | 0,4067 | 0,9135 | 0,4452 | 69 | 0,9336 | 0,3584 | 2,6051 |
| 25 | 0,4226 | 0,9063 | 0,4663 | 70 | 0,9397 | 0,3420 | 2,7475 |
| 26 | 0,4384 | 0,8988 | 0,4877 | 71 | 0,9455 | 0,3256 | 2,9042 |
| 27 | 0,4540 | 0,8910 | 0,5095 | 72 | 0,9511 | 0,3090 | 3,0777 |
| 28 | 0,4695 | 0,8829 | 0,5317 | 73 | 0,9563 | 0,2924 | 3,2709 |
| 29 | 0,4848 | 0,8746 | 0,5543 | 74 | 0,9613 | 0,2756 | 3,4874 |
| 30 | 0,5000 | 0,8660 | 0,5774 | 75 | 0,9659 | 0,2588 | 3,7321 |
| 31 | 0,5150 | 0,8572 | 0,6009 | 76 | 0,9703 | 0,2419 | 4,0108 |
| 32 | 0,5299 | 0,8480 | 0,6249 | 77 | 0,9744 | 0,2250 | 4,3315 |
| 33 | 0,5446 | 0,8387 | 0,6494 | 78 | 0,9781 | 0,2079 | 4,7046 |
| 34 | 0,5592 | 0,8290 | 0,6745 | 79 | 0,9816 | 0,1908 | 5,1446 |
| 35 | 0,5736 | 0,8192 | 0,7002 | 80 | 0,9848 | 0,1736 | 5,6713 |
| 36 | 0,5878 | 0,8090 | 0,7265 | 81 | 0,9877 | 0,1564 | 6,3138 |
| 37 | 0,6018 | 0,7986 | 0,7536 | 82 | 0,9903 | 0,1392 | 7,1154 |
| 38 | 0,6157 | 0,7880 | 0,7813 | 83 | 0,9925 | 0,1219 | 8,1443 |
| 39 | 0,6293 | 0,7771 | 0,8098 | 84 | 0,9945 | 0,1045 | 9,5144 |
| 40 | 0,6428 | 0,7660 | 0,8391 | 85 | 0,9962 | 0,0872 | 11,4301 |
| 41 | 0,6561 | 0,7547 | 0,8693 | 86 | 0,9976 | 0,0698 | 14,3007 |
| 42 | 0,6691 | 0,7431 | 0,9004 | 87 | 0,9986 | 0,0523 | 19,0811 |
| 43 | 0,6820 | 0,7314 | 0,9325 | 88 | 0,9994 | 0,0349 | 28,6363 |
| 44 | 0,6947 | 0,7193 | 0,9657 | 89 | 0,9998 | 0,0175 | 57,2900 |
| 45 | 0,7071 | 0,7071 | 1,0000 | | | | |

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na Figura 1, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.

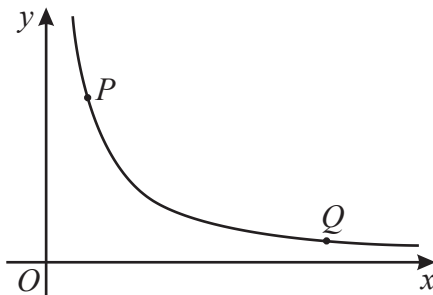


Figura 1

Os pontos P e Q pertencem ao gráfico da função.

Sabe-se que as coordenadas do ponto P são $(5, 21)$.

Em qual das opções seguintes podem estar as coordenadas do ponto Q ?

- (A) $(17, 9)$ (B) $(19, 7)$ (C) $(33, 5)$ (D) $(35, 3)$

2. Na Figura 2, apresenta-se uma notícia publicada num jornal acerca dos fundos de que a ONU (Organização das Nações Unidas) necessitava, em 2011, para atuar no combate à fome em África.

| |
|--|
| Domingo, 7 de agosto de 2011 |
| São precisos 1700 milhões de euros. Até agora, a ONU só obteve 45% desta verba. |

Figura 2

Escreve, utilizando notação científica, o valor, em euros, de que a ONU dispunha, à data da notícia, para atuar no combate à fome em África.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. Na Figura 3, estão representadas duas retas paralelas, r e s , e duas semirretas, \dot{OC} e \dot{OD} .

Sabe-se que:

- a reta r intersecta as semirretas \dot{OC} e \dot{OD} nos pontos A e B , respetivamente;
- a reta s intersecta as semirretas \dot{OC} e \dot{OD} nos pontos C e D , respetivamente;
- o ponto A pertence ao segmento de reta $[OC]$;
- $\overline{OA} = 8,0$ cm, $\overline{AC} = 4,5$ cm e $\overline{OB} = 9,6$ cm.

A figura não está desenhada à escala.

Determina \overline{BD} .

Apresenta o resultado em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

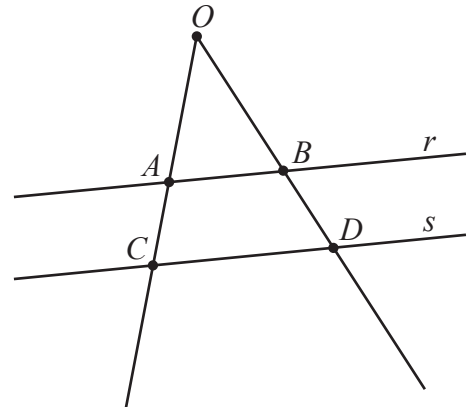


Figura 3

4. Na Figura 4, estão representados um prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases quadradas, e um cilindro cujas bases estão inscritas nas bases do prisma.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 20$ cm;
- a diferença entre o volume do prisma e o volume do cilindro é igual a 3000 cm³.

A figura não está desenhada à escala.

4.1. Identifica, recorrendo a letras da figura, uma reta perpendicular ao plano que contém a base $[ABCD]$ do prisma.

4.2. Determina \overline{CH} .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

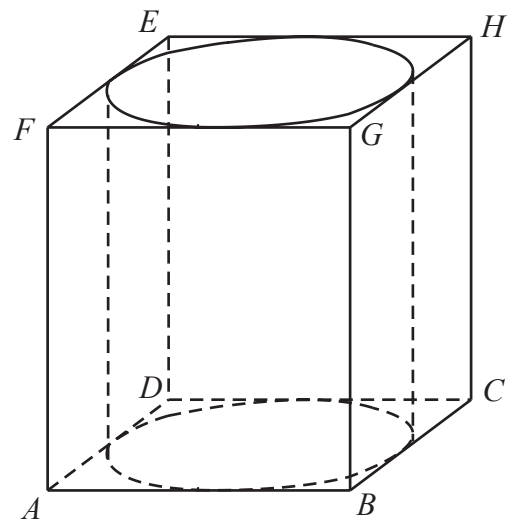


Figura 4

5. A Figura 5 é uma fotografia do farol do Cabo de Santa Maria, situado na Ria Formosa, na Ilha da Culatra.

A Marta e o Rui estão a fazer um trabalho de trigonometria.

A Marta colocou-se num ponto a partir do qual podia observar o topo do farol segundo um ângulo de amplitude 60° . Fez algumas medições e esboçou um esquema idêntico ao que se apresenta na Figura 6.

Nesse esquema, o ponto T corresponde ao topo do farol, o ponto M corresponde ao ponto de observação da Marta, e o ponto R corresponde ao ponto de observação do Rui.

O esquema não está desenhado à escala.



Figura 5

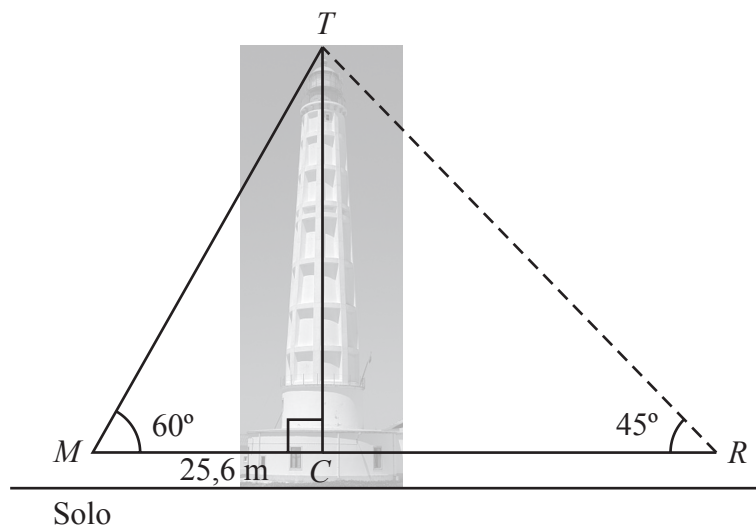


Figura 6

Relativamente ao esquema da Figura 6, sabe-se que:

- $[MCT]$ é um triângulo retângulo;
- o ponto R pertence à semirreta \overrightarrow{MC} ;
- $\widehat{TM}C = 60^\circ$ e $\widehat{TR}C = 45^\circ$;
- $\overline{MC} = 25,6$ m.

Determina \overline{MR} , ou seja, determina a distância entre a Marta e o Rui.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

Sugestão: Começa por determinar \overline{TC} .

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Para cada número natural n maior do que 1, seja $A = [1, \sqrt{n}[$ um intervalo de números reais.

Qual é o menor valor de n para o qual o intervalo A tem, exatamente, vinte e oito números naturais?

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

| Item | | | | | | | |
|---------------------|----|----|------|------|----|----|-----------|
| Cotação (em pontos) | | | | | | | |
| 1. | 2. | 3. | 4.1. | 4.2. | 5. | 6. | |
| 3 | 5 | 6 | 4 | 7 | 7 | 4 | 36 |

Prova 92
1.^a Fase
CADERNO 1

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/1.ª Fase

Caderno 2: 6 Páginas

Duração da Prova (CADERNO 1 + CADERNO 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.
(não é permitido o uso de calculadora)

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

7. Na tabela seguinte, apresentam-se dados relativos às idades de uma amostra de alunos do 3.º ciclo de uma escola básica.

| | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----|
| Idade (em anos) | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Número de alunos | 2 | 7 | 20 | 11 |

Em qual das opções seguintes se apresenta o valor do 1.º quartil deste conjunto de dados?

- (A) 13
- (B) 13,5
- (C) 14
- (D) 14,5

8. O António e a Beatriz estão a jogar um jogo de dados.

Em cada jogada, cada um deles lança um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e observa o número da face voltada para cima.

Em cada jogada, vence aquele cujo dado apresente o maior dos dois números.

Se, numa jogada, os dois dados apresentarem o mesmo número, é declarado empate.

- 8.1. O António lançou o dado e obteve o número 5.

Qual é a probabilidade de a Beatriz vencer esta jogada?

Apresenta o resultado na forma de fração.

- 8.2. O António e a Beatriz lançam novamente os dados.

Qual é a probabilidade de o António vencer esta nova jogada?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Sejam q e r números reais, tais que $q < r$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $2q > 2r$

(B) $-2q > -2r$

(C) $q + 2 > r + 2$

(D) $q - 2 > r - 2$

10. Observa as igualdades seguintes, que ilustram uma propriedade dos quadrados perfeitos dos números naturais.

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 1 + 3$$

$$3^2 = 1 + 3 + 5$$

$$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$$

$$5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

Qual é a soma dos 80 primeiros números ímpares?

11. A reta r , representada em referencial cartesiano na Figura 7, é o gráfico de uma função afim, f .

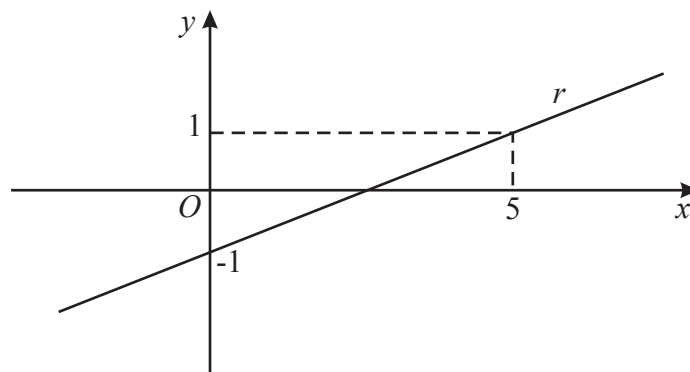


Figura 7

Sabe-se que os pontos de coordenadas $(0, -1)$ e $(5, 1)$ pertencem à reta r .

Determina uma expressão algébrica que defina a função f .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Escreve o número $\frac{8^{30}}{2^{30}} \times (-1)^{40}$ na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Relativamente aos trabalhadores de uma certa empresa, sabe-se que o número de homens é igual a um quarto do número de mulheres.

Se a empresa contratar mais 2 homens e mais 3 mulheres, o número de homens passará a ser igual a um terço do número de mulheres.

Seja h o número de homens e seja m o número de mulheres que trabalham atualmente nesta empresa.

Escreve um sistema de equações que permita determinar o número de homens (valor de h) e o número de mulheres (valor de m) que trabalham atualmente na empresa.

Não resolvas o sistema.

14. Resolve a equação seguinte.

$$x^2 + 3(x - 2) = x - 3$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{x-1}{6} \leq \frac{5x-1}{3}$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

16. Na Figura 8, estão representados dois quadrados de lados $[OA]$ e $[OB]$.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao segmento de reta $[OB]$
- $\overline{OA} = a$
- $\overline{AB} = b$

Qual das expressões seguintes representa a área do quadrado de lado $[OB]$?

- (A) $a^2 + 2ab + b^2$
(B) $a^2 - 2ab + b^2$
(C) $a^2 + b^2$
(D) $a^2 - b^2$

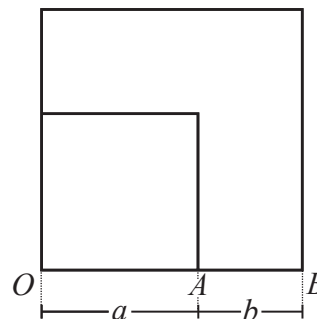


Figura 8

17. Na Figura 9, estão representados o triângulo escaleno $[LMN]$, as semirretas $\dot{M}O$ e $\dot{N}O$, bissetrizes dos ângulos LMN e MNL , respetivamente, e a circunferência inscrita no triângulo $[LMN]$.

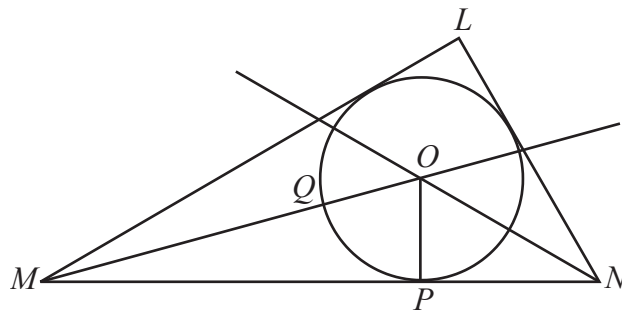


Figura 9

Sabe-se que:

- a reta MN é tangente à circunferência no ponto P ;
- o ponto Q é a intersecção do segmento de reta $[MO]$ com a circunferência.

17.1. Sabe-se também que $\widehat{OMN} = 15^\circ$.

Qual é a amplitude do arco QP ?

- (A) 70° (B) 75° (C) 80° (D) 85°

17.2. Admite que $\overline{OP} = \sqrt{3}$ e que $\overline{PN} = 3$.

Determina o valor exato de \overline{ON} .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17.3. Como se designa o ponto O relativamente ao triângulo $[LMN]$?

- (A) Baricentro
(B) Circuncentro
(C) Incentro
(D) Ortocentro

FIM DA PROVA

COTAÇÕES (Caderno 2)

| Item | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|------|------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-------|------------|
| Cotação (em pontos) | | | | | | | | | | | | | | |
| 7. | 8.1. | 8.2. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. | 17.1. | 17.2. | 17.3. | |
| 3 | 4 | 6 | 3 | 4 | 6 | 6 | 5 | 6 | 6 | 3 | 3 | 6 | 3 | 64 |
| TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2) | | | | | | | | | | | | | | 100 |

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 92
1.^a Fase
CADERNO 2