

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/Época Especial

Caderno 1: 8 Páginas

Duração da Prova (**CADERNO 1 + CADERNO 2**): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
(é permitido o uso de calculadora)

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na Figura 1, estão representadas duas semirretas, \hat{OC} e \hat{OD} , e duas retas paralelas, r e s .

Sabe-se que:

- a reta r intersecta as semirretas \hat{OC} e \hat{OD} nos pontos A e B , respetivamente;
- a reta s intersecta as semirretas \hat{OC} e \hat{OD} nos pontos C e D , respetivamente;
- o ponto A pertence ao segmento de reta $[OC]$;
- $\overline{OA} = 9,8$ cm, $\overline{AB} = 5,6$ cm e $\overline{CD} = 8,4$ cm.

A figura não está desenhada à escala.

Determina \overline{AC} .

Apresenta o resultado em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

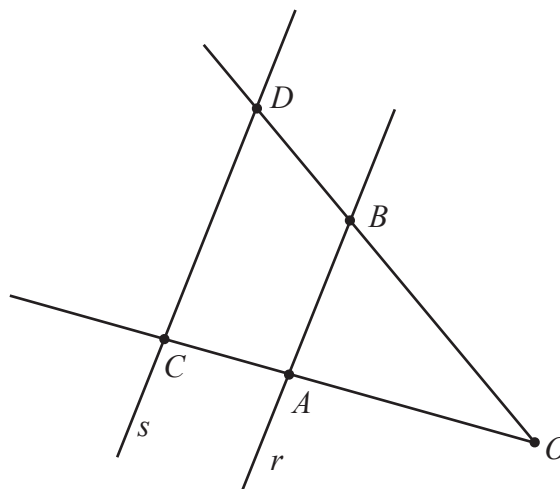


Figura 1

2. Considera o intervalo de números reais $A = [\pi, \sqrt{60} + \sqrt{\pi}]$.

Escreve todos os números naturais que pertencem ao conjunto A .

3. O Manuel fez análises ao sangue. Os resultados revelaram que tinha 4,7 milhões de glóbulos brancos por mililitro (ml) de sangue.

Escreve, utilizando notação científica, o número de glóbulos brancos que existiam em 1,5 litros de sangue do Manuel, quando ele fez as análises.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Em São Torpes, no concelho de Sines, encontra-se uma central termoelétrica com duas chaminés.

A Figura 2 é uma fotografia dessa central termoelétrica e a Figura 3 é uma representação das duas chaminés.

A Figura 3 não está desenhada à escala.



Figura 2

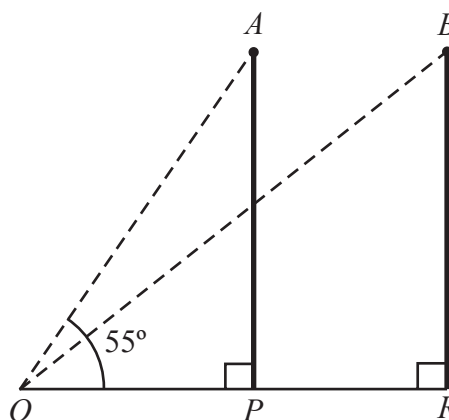


Figura 3

Na Figura 3, os segmentos de reta $[AP]$ e $[BR]$ correspondem às duas chaminés. O ponto O corresponde a uma posição a partir da qual se observa o topo da chaminé representada por $[AP]$ segundo um ângulo com 55° de amplitude.

Ambas as chaminés têm 225 metros de altura e a distância entre elas é igual a 132 metros.

Assim, relativamente à Figura 3, sabe-se que:

- o ponto P pertence ao segmento de reta $[OR]$
- $\hat{AOP} = 55^\circ$
- $\overline{AP} = \overline{BR} = 225$ m
- $\overline{PR} = 132$ m

Determina a amplitude do ângulo BOR .

Sugestão: Começa por determinar \overline{OP} .

Apresenta o resultado em graus, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Na Figura 4, está representado um sólido composto por um cone reto de vértice V e uma semiesfera. A base do cone e a semiesfera têm centro no ponto C e têm raio \overline{AC} .

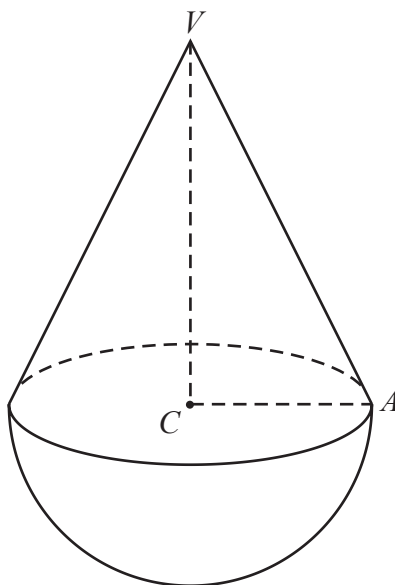


Figura 4

Sabe-se que:

- $\overline{AC} = 6$ cm
- $\overline{VA} = 15$ cm

A figura não está desenhada à escala.

- 5.1. Determina o volume do sólido representado na figura.

Apresenta o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às unidades.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 5.2. Considera a superfície esférica de centro no ponto V e que passa no ponto A (esta superfície esférica não está representada na figura).

Qual é, em centímetros, o raio dessa superfície esférica?

- (A) 6 cm (B) 9 cm (C) 12 cm (D) 15 cm

6. Na Figura 5, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.

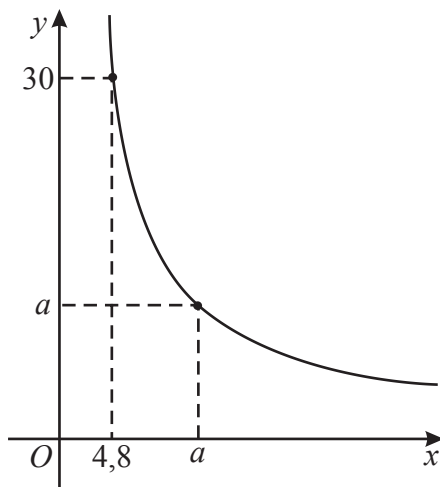


Figura 5

Os pontos de coordenadas $(4,8; 30)$ e $(a; a)$, sendo a um número real positivo, pertencem ao gráfico da função.

Qual é o valor de a ?

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item							
Cotação (em pontos)							
1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.	
6	4	6	7	7	3	4	37

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/Época Especial

Caderno 2: 8 Páginas

Duração da Prova (**CADERNO 1 + CADERNO 2**): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.
(não é permitido o uso de calculadora)

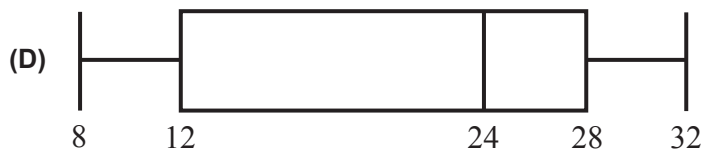
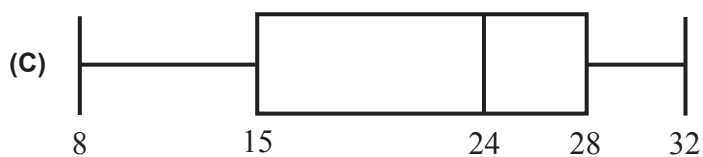
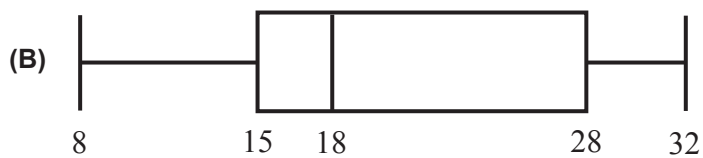
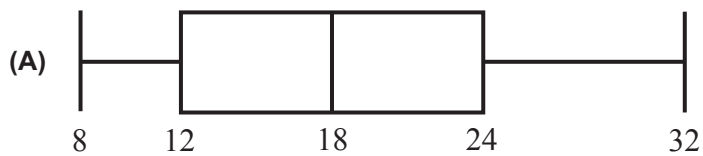
Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

7. Na tabela seguinte, apresentam-se dados relativos às idades de um grupo de 20 pessoas.

Idade (em anos)	8	12	18	24	32
Número de pessoas	2	3	4	6	5

Qual dos seguintes diagramas de extremos e quartis representa este conjunto de dados?



8. A Luísa tem um saco que contém três bolas numeradas, indistinguíveis ao tato: uma com o número 2, outra com o número 3 e outra com o número 5.

O Pedro tem outro saco que contém três bolas numeradas, igualmente indistinguíveis ao tato: uma com o número 15, outra com o número 20 e outra com o número 30.

- 8.1. A Luísa retira, ao acaso, uma bola do seu saco.

Qual é a probabilidade de retirar uma bola com número par?

Apresenta a probabilidade na forma de fração.

- 8.2. Considera que o saco da Luísa contém novamente as três bolas.

A Luísa retira, ao acaso, duas bolas do seu saco, multiplica os números das bolas retiradas e verifica que obteve um produto ímpar.

Em seguida, o Pedro retira, ao acaso, uma bola do seu saco.

Qual é a probabilidade de a bola retirada pelo Pedro ter um número superior ao produto obtido pela Luísa?

Apresenta a probabilidade na forma de fração.

Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Na Figura 6, estão representados a reta numérica de origem O , os pontos A e B pertencentes a essa reta, e a circunferência c , de centro no ponto O e diâmetro $[AB]$.

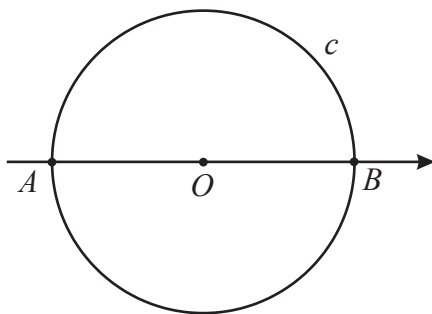


Figura 6

Sabe-se que a abcissa do ponto A é $-\sqrt{5}$.

Quanto mede o diâmetro da circunferência?

- (A) $-2\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) -5 (D) 5

10. Na Figura 7, estão representados os três primeiros termos de uma sucessão de figuras formadas por quadrados geometricamente iguais (■).

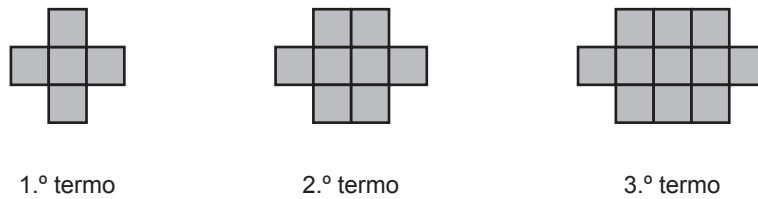


Figura 7

Seja u_n o número de quadrados (■) do termo de ordem n da sucessão.

Qual das seguintes expressões pode representar u_n ?

- (A) $n + 3$ (B) $4n + 1$ (C) $n^2 + 4$ (D) $3n + 2$

11. Considera, num referencial cartesiano, a reta r definida pela equação $y = -2x + 1$.

Seja s a reta que é paralela à reta r e que passa no ponto de coordenadas $(-3, 2)$.

Determina uma equação da reta s .

Mostra como chegaste à tua resposta.

12. Escreve o número $\frac{4^{17}}{2^{17}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-20}$ na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Resolve o sistema de equações seguinte.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2(x + y) = -x - 1 \end{cases}$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Resolve a equação seguinte.

$$2x^2 = \frac{x+2}{3}$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Considera a inequação seguinte.

$$-2x < 6$$

Qual é o conjunto solução desta inequação?

(A) $] -3, +\infty[$

(B) $] -\infty, -3[$

(C) $] 3, +\infty[$

(D) $] -\infty, 3[$

16. Para um certo número real k , a forma reduzida do polinómio $(x + k)^2$ é $x^2 - 8x + 16$.

Qual é o número k ?

17. A Figura 8 é uma fotografia de um painel de azulejos que se encontra na fachada da Farmácia Pinheiro, em Tomar.

Na Figura 9, estão representados, em esquema, dois dos azulejos quadrados que compõem esse painel.

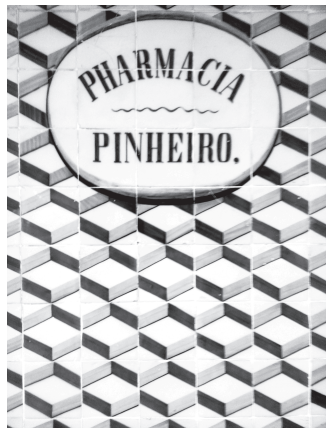


Figura 8

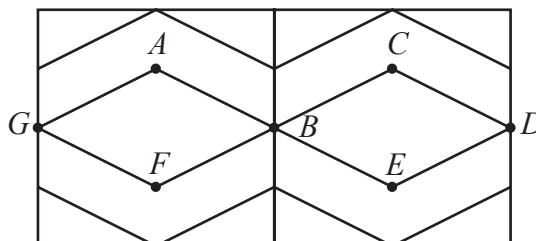


Figura 9

Relativamente à Figura 9, sabe-se que:

- os pontos G , B e D são os pontos médios dos lados dos quadrados a que pertencem;
- $[GABF]$ e $[BCDE]$ são losangos geometricamente iguais.

Qual dos pontos seguintes é a imagem do ponto F pela reflexão deslizante de eixo GB e vetor \overrightarrow{FE} ?

- | | |
|---------------|---------------|
| (A) Ponto A | (B) Ponto B |
| (C) Ponto C | (D) Ponto D |

18. Na Figura 10, está representada uma semicircunferência de diâmetro $[AB]$.

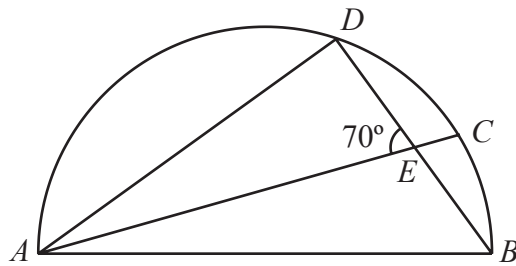


Figura 10

Sabe-se que:

- os pontos C e D pertencem à semicircunferência;
- o ponto E é o ponto de intersecção dos segmentos de reta $[AC]$ e $[BD]$;
- $\widehat{AED} = 70^\circ$.

Determina a amplitude do arco DC .

Mostra como chegaste à tua resposta.

19. Considera, no espaço euclidiano, dois planos paralelos, α e β .

Considera, também, dois pontos, P e Q , pertencentes ao plano α .

Qual é a posição da reta PQ relativamente ao plano β ?

FIM DA PROVA

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item														
Cotação (em pontos)														
7.	8.1.	8.2.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	
3	4	6	3	3	6	6	6	6	3	4	3	6	4	63
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)														100